



# Impact de gouttes de fluides à seuil : rhéologie, splash et cratères

Li-Hua Luu

## ► To cite this version:

Li-Hua Luu. Impact de gouttes de fluides à seuil : rhéologie, splash et cratères. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2011. Français. NNT : . tel-00580981

**HAL Id: tel-00580981**

**<https://theses.hal.science/tel-00580981>**

Submitted on 29 Mar 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Université de Provence (Aix-Marseille I)**  
**Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels**  
**- UMR CNRS 6595 -**

**THÈSE**

*pour obtenir le grade de*

**DOCTEUR D'AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ**

*Discipline* : Mécanique et Physique des Fluides

*École Doctorale 353* : Sciences pour l'Ingénieur : Mécanique, Physique,

Micro et Nanoélectronique

*présentée par*

**Li-Hua LUU**

---

**IMPACT DE GOUTTES DE FLUIDES À SEUIL :**  
rhéologie, splash et cratères

---

soutenance prévue le 16 février 2011 devant le jury composé de

---

BARENTIN Catherine	Examinatrice (LPMCN, Lyon)
CLANET Christophe	Rapporteur (LADHYX, Palaiseau)
EHRENSTEIN Uwe	Examineur (IRPHE, Université de Provence)
FORTERRE Yoël	Directeur de thèse (IUSTI, Université de Provence)
JOSSERAND Christophe	Examineur (Jean Le Rond d'Alembert, Paris)
LOHSE Detlef	Examineur (Université de Twente, Pays-Bas)
OVARLEZ Guillaume	Rapporteur (Laboratoire Navier, Marne-la-Vallée)

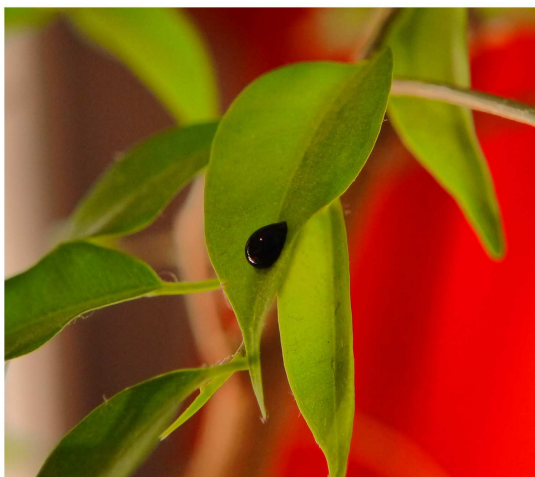
---





Une petite goutte d'encre,  
Tombant comme la rosée sur une pensée,  
Produit ce qui fait penser des milles,  
Peut-être des millions.

*Lord Byron*





# Remerciements

*C'est le coeur un peu serré que je quitte ces quatre années décisives dans ma vie. Une nouvelle étape se prépare sur l'autre hémisphère, sous le soleil de Santiago du Chili... Avant de partir, c'est avec grand plaisir que j'adresse mes remerciements à toutes les personnes qui m'ont accompagnée durant cette thèse.*

*Tout d'abord, j'aimerais remercier mes deux rapporteurs, Christophe Clanet, que j'ai eu la chance d'avoir comme professeur durant le master, et Guillaume Ovarlez. Merci à vous d'avoir accepté mon cadeau de Noël avec un peu de retard... Merci aussi à Catherine Barentin, Christophe Josserand et Uwe Ehrenstein (dont je garde précieusement les cours pour la suite), d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse. Je remercie également Detlef Lohse de venir à Marseille assister à ma soutenance, malgré la barrière de la langue.*

*Le début de l'histoire de cette thèse se passe rue Vauquelin, à Paris (en fait à Grenoble, mais c'est une version bien plus longue). En stage chez José Bico et Benoît Roman, je cherche à m'installer sur Marseille. Quelle surprise d'apprendre que Benoit connaît bien la ville. Il y a là-bas, un jeune chercheur épatant, scientifiquement et humainement. Regarde, il mène des expériences très sympas sur les plantes carnivores...*

*La rencontre avec Yoël est une incroyable chance. Enthousiaste et optimiste, il a le talent de rendre les situations et les idées simples, jamais simplistes, toujours élégantes. Yoël est un artiste. J'ai passé de riches années de travail, très inspirées, pleines d'agréables souvenirs. Yoël, merci infiniment pour tout ce que tu m'as appris, avec patience, souvent à grand renfort de dessins et d'équations griffonnés sur des feuilles volantes. Et pour tout ce que tu m'as transmis, malgré toi, sur l'art et la manière d'être un chercheur épanoui. J'ai été absolument ravie d'effectuer ma thèse sous ta direction (et dire qu'on se serait croisés de toutes façons boulevard Dahdah!).*

*Ces dernières années passées dans l'immense bac à sable du Groupe des Ecoulements de Particules m'ont enchantées. Merci Babette de m'avoir accueilli dans ta joyeuse équipe. Je suis très heureuse d'avoir rencontré Olivier, un (autre) modèle... C'est aux côtés de Blanche et de Pascale que j'ai fait avec intérêt mes premiers pas d'enseignante. Merci pour les conseils et les papotages en tout genre. Merci à Laurence pour sa bienveillance (et ses fameux éclats de rire, bien entendu). Merci aussi à Maxime et à Nathalie pour avoir rempli la garde-robe*

*bébé de Sanaé ! Un clin d'oeil à Jérôme, ex-blonde de l'équipe, merci pour ta participation sur la manip en micro-gravité qui a marché comme sur des roulettes.*

*Et puis, merci aux copains de la salle de manip : Mickaël (la sympathie incarnée), Flo (et sa bonne humeur, partis bosser dur au States...), Loïc (mon voisin de paillasse, un grand fan de la cuisine asiatique), François (l'aventurier du Grand Nord et mon conseiller en matière de phy stat), l'autre François et Mathieu (les jeunes nouveaux que j'ai eu plaisir à connaître). Je salue de même tous les anciens et actuels thésards des salles 334-335, en particulier Loïc, Julien, Benjamin, Marcos, Nicolas et Manu. Je n'oublie pas Etienne, le défenseur de la carotte sauvage mais aussi le spécialiste de la soupe de têtes de poissons moulinées. Et puis il y a Henri et Dmitri. Depuis le master, on s'est suivi de près comme de loin et j'espère qu'on continuera. Aussi, j'ai une pensée pour Assia, quelqu'un que j'ai certainement déjà rencontré dans une autre vie. Je salue enfin Malika, Daniel, Julien, Bloen, Gilles et Geoffroy.*

*Je me souviendrai des pots apéritifs au saucisson corse et à la chantilly du Royaume..., du barbecue à l'Estaque et du petit canular d'Olivier aux 10 ans du GEP. Je regretterai mon mac maxi-écran-plat, ma tasse de thé matinale et mon petit confort sous la tente.*

*Je remercie le laboratoire IUSTI et son directeur Lounès Tadrast pour son accueil. Je suis reconnaissante envers le personnel administratif pour leur travail indispensable. Merci entre autres à Jeanne Pullino, Pascal Campion et Audrey Tibi.*

*Un merci particulier à la précieuse équipe technique sans qui je ne serais pas parvenue à de tels résultats. Merci à Paul Cervetti et Sady Noel pour tous les petits et grands travaux qu'ils ont mené pour mes expériences. Je remercie Pierre Lantoine et Stéphane Martinez pour leur aide à la fois rapide et efficace.*

*J'adresse également mes remerciements à l'équipe enseignante de Polytech'Marseille : Christophe Le Niliot, Nathalie Ehret, Chantal Pelce, Hafeda Benosman, Christian Mariani et Andres Fuentes.*

*Au bout de ce parcours, je repense à mes potes du Magistère, aux belles années estudiantines, aux belles années parisiennes. C'est en fait dans les vieilles tours de Jussieu, encore pleines d'amiantes à l'époque, que tout a commencé... Qui l'aurait cru ? Pascale, Justine (que je ne vois décidément pas assez...) et le reste de la bande, c'est à mon tour maintenant, la petite dernière, de devenir docteur.*

*Je remercie les amis de Cédric, qui sont devenus les miens, pour leur attention et leur accueil toujours ensoleillé. Et je remercie la famille de Cédric, qui m'est si chère aujourd'hui.*

*Merci à mes copines de toujours. Karine et le temps fabuleux des récits qu'on se racontait à la récré... Sandra, son gros ventre, et Ivan, lancés en trio pour votre aventure californienne, on ne s'oublie pas. Estelle, merci d'être comme une soeur pour moi. Et Pascaline, merci pour ton amitié de longue date.*



*Bien sûr, un grand merci à ma mère et à Jean-Louis pour tous leurs encouragements. Je pense bien à ma gentille tante Flora et à son mari Chi-Lam. Et surtout, surtout, merci à mes soeurs adorées Li-Ha et Li-Kim. Merci pour les hauts, les bas, les épreuves et les bonheurs. Votre affection m'a toujours porté... et concernant votre soutien marathonien durant mes longues années d'études : bonne nouvelle les filles, ça y est, c'est l'arrivée ! Finies les plaintes pour les exams, les rapports, les soutenances. Je n'ai désormais plus d'excuses... Je tiens aussi à remercier Helder (que je ne peux m'empêcher d'associer aux délicieux crabes géants de Peniche !) et à embrasser la petite morue et le tout nouveau lapinou. Et puis, mes pensées se dirigent naturellement vers mes grand-parents à Hong-Kong. Vers Mamie, celle qui est à l'origine.*

*Je dédie cette thèse aux deux soleils de ma vie,  
à toi Cédric et à notre petite Sanaé.*



# Table des matières

<b>Préambule</b>	<b>3</b>
<b>Objectif et plan de la thèse</b>	<b>5</b>
<b>1 Introduction : des impacts à la rhéologie</b>	<b>7</b>
1.1 Impact de gouttes . . . . .	7
1.1.1 Impacts de fluides newtoniens . . . . .	8
1.1.2 Impacts de fluides complexes . . . . .	13
1.2 Fluides à seuil . . . . .	14
1.2.1 Définitions et exemples . . . . .	14
1.2.2 Rhéologie . . . . .	16
1.2.3 Au-delà du rhéomètre : hydrodynamique des fluides à seuil . . . . .	19
1.3 Impact de fluides à seuil . . . . .	21
<b>2 Configuration expérimentale</b>	<b>23</b>
2.1 Fluides à seuil utilisés . . . . .	23
2.1.1 Choix des fluides et préparation . . . . .	23
2.1.2 Caractérisation rhéologique . . . . .	26
2.2 Dispositif expérimental d'impact . . . . .	33
2.2.1 Descriptif général . . . . .	33
2.2.2 Formation des gouttes . . . . .	33
2.2.3 Surfaces d'impact . . . . .	36
<b>3 Impact sur une surface solide</b>	<b>39</b>
3.1 Observations préliminaires sur le verre . . . . .	40
3.2 Impact sur des surfaces super-hydrophobes . . . . .	43
3.3 Modélisation . . . . .	46

3.3.1	Modèle d'étalement inertiel d'un disque mince . . . . .	46
3.3.2	Rhéologie élasto-visco-plastique . . . . .	49
3.3.3	Prédictions typiques . . . . .	50
3.3.4	Analyse dimensionnelle . . . . .	51
3.4	Comparaison avec les expériences . . . . .	54
3.5	Conclusion . . . . .	56
3.6	Copie de l'article . . . . .	58
<b>4</b>	<b>Étalements géants et réduction de traînée apparente</b>	<b>87</b>
4.1	Premières observations . . . . .	87
4.2	Expériences . . . . .	91
4.2.1	Impacts sur cible . . . . .	91
4.2.2	Rôle de la surface d'impact : rugosité et mouillabilité . . . . .	92
4.2.3	Épaisseur de la lamelle . . . . .	95
4.3	Interprétation en terme de longueur de glissement . . . . .	98
4.3.1	Notion de longueur de glissement . . . . .	98
4.3.2	Modèle simple . . . . .	102
4.4	Discussion . . . . .	105
4.5	Conclusion . . . . .	109
<b>5</b>	<b>Impact sur une surface meuble : cratères</b>	<b>113</b>
5.1	Problématique . . . . .	114
5.2	Expérience typique . . . . .	117
5.3	Dynamique de la cavité transitoire . . . . .	120
5.4	Expériences en "micro-gravité" . . . . .	123
5.4.1	Principe et dispositif expérimental . . . . .	123
5.4.2	Dynamique du cratère en micro-gravité . . . . .	126
5.5	Visualisation des déformations du "sol" durant l'impact . . . . .	130
5.5.1	Principe de l'expérience . . . . .	130
5.5.2	Trajectoire et champ de déformation . . . . .	132
5.5.3	Énergie élastique . . . . .	135
5.6	Du transitoire vers le final . . . . .	136
5.7	Conclusion . . . . .	137
<b>6</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>143</b>

6.1	Impacts sur une surface solide . . . . .	143
6.2	Impacts sur une surface meuble . . . . .	144
<b>A</b>	<b>Élasticité aux grandes déformations</b>	<b>147</b>
A.1	Tenseur des grandes déformations . . . . .	147
A.2	Dérivées temporelles de la vitesse et du tenseur de déformation : “Upper-Convected Derivative” . . . . .	149
A.3	Loi de comportement néo-hookéen . . . . .	150
<b>B</b>	<b>Simulations numériques</b>	<b>151</b>
<b>C</b>	<b>Morphologie des cratères d’impact</b>	<b>153</b>
<b>D</b>	<b>Cratère dans l’eau en “micro-gravité”</b>	<b>155</b>
<b>E</b>	<b>Méthode des éléments finis</b>	<b>159</b>
E.1	Principe . . . . .	159
E.2	Calcul du tenseur des déformations . . . . .	160
	<b>Bibliographie</b>	<b>162</b>



# Préambule

S'étaler sans couler, s'écouler et rebondir. Une fois mis en scène, les fluides complexes révèlent de curieux comportements à mi-chemin entre ceux d'un liquide et ceux d'un solide.

La peinture s'applique sur la toile pour la laisser recouverte. La boue, entre deux averses, conserve les traces de pas. Telle une pyramide, la mousse chantilly sait se tenir sur un gâteau. Il y a un domaine où les formes se fixent, où les cratères se forment et où les gouttes peuvent rester angulaires. À la fin, tout se fige. Mais avant, à temps court ?

Prenons le cas du Silly Putty, loin de n'être qu'un masticque idiot, il s'étale quand on l'oublie sur une table et rebondit comme une balle quand on le jette par terre. L'image de la montre molle de Dali est ici prise à contre-pied. Le temps de ce matériau est élastique, ou plutôt, son élasticité est temporelle.

Gouttes d'encre, d'argile, de gel. Complexes ? Surprenantes. Derrière la camera rapide, nous allons découvrir comment sous les projecteurs, ces drôles de gouttes font leur cinéma.





# Objectif et plan de la thèse

Cette thèse porte sur l'étude expérimentale de l'impact de fluides à seuil sur des surfaces rigides (mouillantes, super-hydrophobes) ou meubles (constituées du même fluide). Au sein de la vaste famille des fluides complexes, les fluides à seuil – comme la boue, le dentifrice ou le béton frais – se caractérisent par l'existence d'une contrainte seuil, en-dessous de laquelle ils se comportent comme un solide et au-dessus de laquelle ils coulent. Ces fluides ont beaucoup été étudiés d'un point de vue rhéologique dans des géométries confinées de type rhéomètre. Le comportement des fluides à seuil dans des configurations hydrodynamiques à surface libre est en revanche beaucoup moins exploré d'un point de vue expérimental. Comment intervient la dualité solide/liquide de ces milieux sur leur comportement hydrodynamique ? Quelles sont les différences avec les fluides newtoniens ? Dans quelle mesure les rhéologies simples obtenues en rhéomètres permettent-elles de décrire des écoulements complexes ?

Ces questions sont au coeur de notre étude sur les impacts de fluides à seuil. De tels impacts sont rencontrés dans l'industrie dès que l'on souhaite enduire une surface rapidement et de manière irréversible, et ouvrent la voie à l'impression 3D grâce à l'utilisation d'encres "solides" (figure 1a). Ils peuvent également servir de modèle de laboratoire pour étudier des phénomènes de collisions solides à très grande vitesse, comme la formation de cratères (figure 1b). Plus généralement, ces fluides ont la propriété de figer les formes fugitives qui se créent lors de l'impact, dévoilant ainsi certains mécanismes sous-jacents (figure 1c). Au-delà de ces applications, l'impact d'une goutte sur un substrat est une configuration classique de mécanique des fluides aux interfaces, qui met en jeu des déformations et des cisaillements importants sur des échelles de temps courtes. Elle offre ainsi un test pour sonder la rhéologie à temps court de ces fluides complexes, dans des conditions d'écoulement difficilement accessibles aux rhéomètres classiques.

L'organisation de ce manuscrit de thèse est la suivante. Le premier chapitre introductif place notre étude entre les deux univers que sont l'hydrodynamique de l'impact de gouttes et la rhéologie des fluides complexes. Nous décrivons ensuite dans le chapitre 2 le dispositif expérimental d'impact ainsi que les fluides à seuil modèles utilisés (micro-gel de Carbopol, suspensions concentrées d'argiles). Le chapitre 3 est consacré à l'étude de l'impact d'une goutte de fluide à seuil sur une surface rigide et constitue le coeur de la thèse. Nous tentons de répondre à une question simple et pratique : quelle est la déformation maximale de la

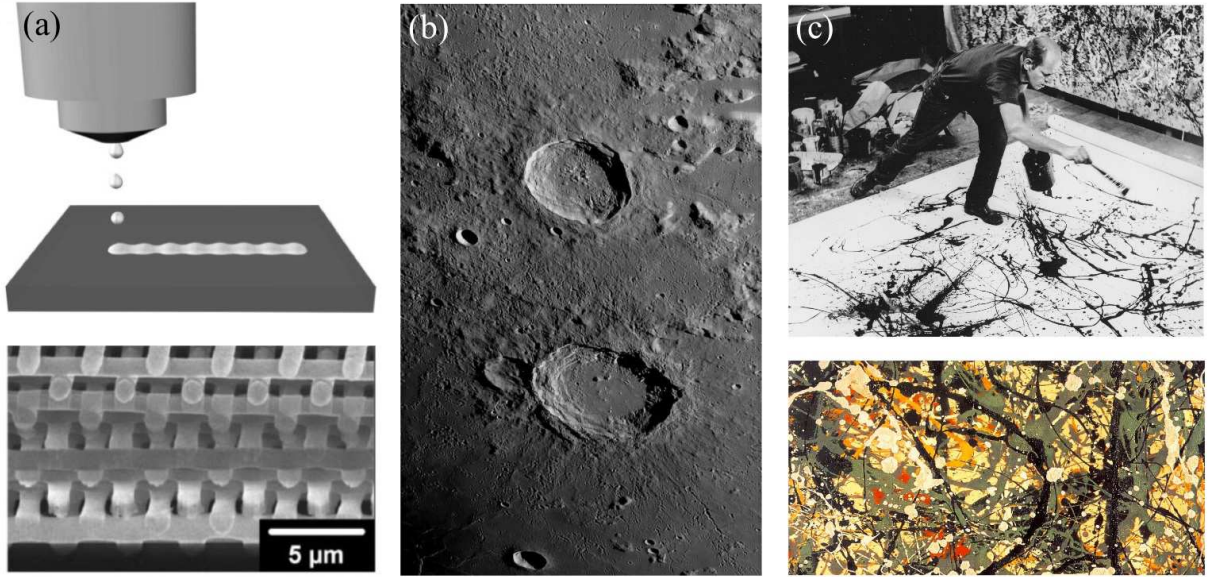


FIGURE 1 – Exemples d’impact de fluides “à seuil”. (a) Impression tri-dimensionnelle par impact de gouttes de gels colloïdaux (d’après [Lewis 2006]). (b) Cratères d’astéroïdes sur la Lune, Eudoxus ( $D = 67$  km) et Aristoteles ( $D = 87$  km). (c) Technique de “dripping” de Jackson Pollock, détail de l’oeuvre *Number 8* (1949).

goutte au cours de l’impact en fonction de sa taille, de sa vitesse, des propriétés rhéologiques du fluide et de la surface d’impact ? Nous montrons en particulier que l’élasticité des fluides peut jouer un rôle crucial dans la dynamique d’étalement, même lorsque la déformation de la goutte se situe bien au-delà du seuil d’écoulement. Les résultats expérimentaux sont comparés à un modèle simple d’étalement inertiel incorporant une rhéologie élasto-visco-plastique. Le chapitre 4 étudie plus précisément le rôle de la surface d’impact sur l’étalement et met en évidence un phénomène spécifique observé avec des gouttes de micro-gel (Carbopol). Pour des grandes vitesses d’impact, on observe un étalement inertiel beaucoup plus grand sur des surfaces rugueuses et super-hydrophobes que sur des surfaces lisses. Cette réduction apparente du frottement basal est discutée en termes de longueur de glissement et d’instabilité de splash. Enfin, le chapitre 5, plus exploratoire, porte sur la formation de cratères dans les fluides à seuil avec l’étude de l’impact d’une goutte de Carbopol sur une surface meuble constituée du même fluide. Ici encore, nous montrons que l’élasticité domine en grande partie la dynamique transitoire de la cavité formée. Une conclusion résumant les principaux résultats de la thèse ainsi que quelques perspectives sont données dans le dernier chapitre (chapitre 6). Des annexes rappellent certaines notions d’élasticité aux grandes déformations et de calcul par éléments finis qui nous ont été utiles, ainsi que des études plus préliminaires.

# Chapitre 1

## Introduction : des impacts à la rhéologie

Cette thèse se situe au confluent de deux domaines : l'impact de gouttes et la rhéologie des fluides à seuil. Dans cette introduction, nous commençons par une brève revue des résultats récents concernant l'impact d'une goutte de fluide newtonien sur une surface rigide ou liquide, ainsi que les extensions de ces travaux aux fluides non-newtoniens. Nous abordons ensuite plus particulièrement le cas des fluides à seuil. La modélisation rhéologique classique de ces fluides est présentée ainsi que les problématiques actuelles autour de la transition solide/liquide et les différentes configurations hydrodynamiques étudiées. Nous terminons par la problématique des impacts de fluides à seuil qui font l'objet de la thèse.

### 1.1 Impact de gouttes

L'impact d'une goutte est au coeur d'une grande variété de phénomènes en mécanique des fluides. De l'étalement (pistolet de peinture, impression au jet d'encre) à la pulvérisation (nettoyage, refroidissement aux jets haute pression, injection moteur de carburant) en passant par le rebond sur une surface solide (érosion des sols par la pluie, traitement des plantes), de la coalescence au jet en passant par l'entraînement de bulles dans un liquide (encapsulation pharmaceutique et alimentaire, altération des lacs et des océans par la pluie), l'impact de gouttes trouvent de nombreuses applications à la fois industrielles et environnementales. L'intérêt scientifique pour ce phénomène a été initié par [\[Worthington 1908\]](#) qui faisait tomber des gouttes d'eau dans un récipient rempli de lait. Depuis, les avancées en simulations numériques (nouveaux algorithmes, puissance de calcul) et techniques expérimentales (caméra rapide) ont permis de grandement améliorer notre compréhension dans le domaine. La littérature regorge de situations expérimentales différentes (voir par exemple les revues de [\[Rein 1993\]](#) et [\[Yarin 2006\]](#)). Le devenir d'une goutte dépend à la fois de la configuration d'impact (normal, oblique), des caractéristiques de la goutte (sphérique, déformée, oscil-

lante, à circulation interne, traitée en surface), de la nature du fluide (newtonien, complexe), des propriétés de la surface impactée solide (forme, taille, rugosité, traitement chimique) ou liquide (nature, profondeur, ondulation) et de l’environnement (température, pression).

Dans cette thèse, nous nous intéresserons à deux configurations : l’impact d’une goutte sur une surface solide et l’impact d’une goutte dans un récipient rempli du même fluide. Nous présentons ci-dessous une revue non-exhaustive des principaux résultats dans ces deux configurations, en commençant par le cas des fluides newtoniens, qui concernent la grande majorité des études.

### 1.1.1 Impacts de fluides newtoniens

#### Impact sur une surface solide

Considérons une goutte liquide de diamètre  $L_0$  impactant normalement une plaque solide sèche avec une vitesse  $V_0$ . Les deux paramètres sans dimensions du problème sont le nombre de Weber  $We$  et le nombre de Reynolds  $Re$  :

$$We = \frac{\rho V_0^2 L_0}{\sigma} \quad , \quad Re = \frac{\rho V_0 L_0}{\eta} \quad (1.1)$$

où  $\rho$  est la densité de la goutte,  $\sigma$  sa tension de surface et  $\eta$  sa viscosité. Différents régimes d’impact sont observés selon les mécanismes dominants lors de l’impact (capillarité, viscosité) et de la nature de la surface d’impact (lisse ou rugueuse, mouillante ou non) (figure 1.1). La phase d’étalement inertiel de la goutte met en jeu l’écoulement radial d’une fine lamelle jusqu’à ce que la goutte atteigne sa déformation maximale (figure 1.1a). Cette phase initiale dépend peu de la surface d’impact tant que la vitesse n’est pas trop grande. En revanche, le devenir de la goutte une fois atteinte sa déformation maximale est fortement dépendante de la surface. Sur des surfaces partiellement mouillantes, la goutte se dépose et son évolution à long terme dépend de l’hystérésis de la ligne de contact et de l’équilibre entre capillarité et viscosité. Dans le cas de surfaces fortement non-mouillantes et de fluides peu visqueux (en pratique une goutte d’eau impactant une surface super-hydrophobe) on observe au contraire une forte rétractation de la goutte après la phase d’étalement, qui peut conduire à un rebond complet (figure 1.1e,f). Le paramètre important qui semble contrôler la vitesse de cette phase de rétractation est le nombre de Ohnesorge :

$$Oh = \frac{\eta}{\sqrt{\rho \sigma L_0}} = We^{1/2}/Re \quad (1.2)$$

qui est le temps caractéristique de la dissipation visqueuse sur la période d’oscillation capillaire de la goutte ([Kim & Chun 2001, Bartolo, Josserand & Bonn 2005]). Pour des grandes vitesses d’impact, l’étalement n’est plus axisymétrique et l’on observe une déstabilisation de la goutte (c’est le “splash”, éclaboussure en français). Empiriquement, on constate que cette

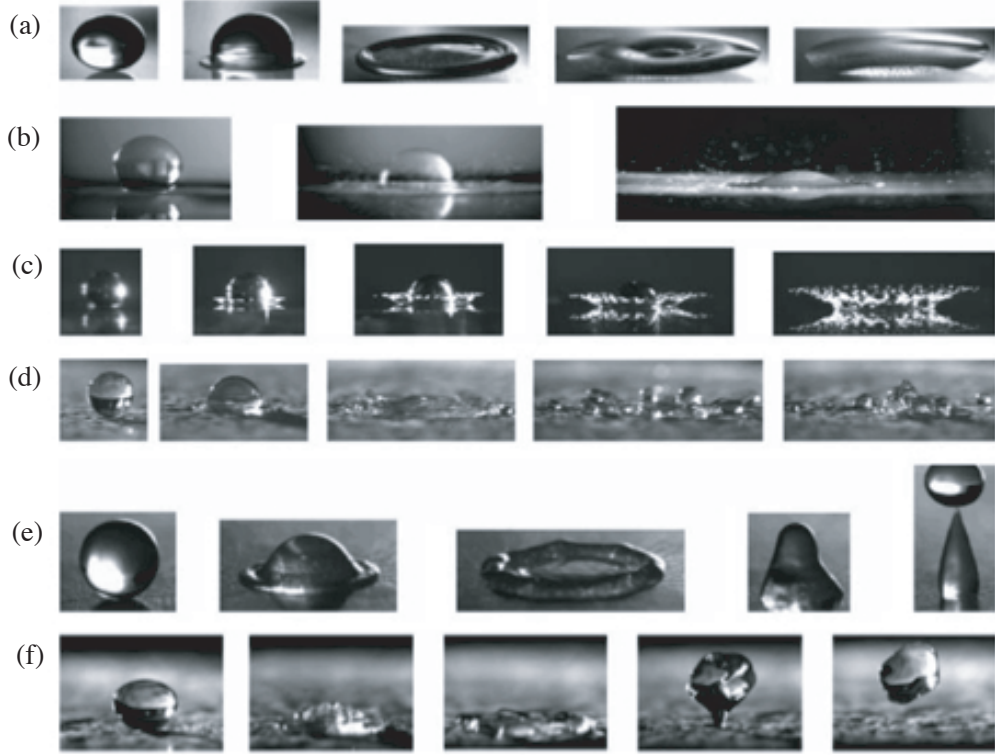


FIGURE 1.1 – Séquence d’images tirée de la revue de [Yarin 2006] : différents modes d’impacts de goutte de fluide newtonien sur une surface solide sèche ([Rioboo *et al.* 2001]) : (a) déposition, (b) splash rapide, (c) splash en forme de couronne, (d) fragmentation à la rétraction, (e) rebond partiel, (f) rebond complet.

instabilité se déclenche au dessus d’un nombre sans dimension critique donné par :

$$K = We^{4/5} Re^{2/5}. \quad (1.3)$$

L’instabilité de splash dépend fortement de la nature de la surface d’impact. Sur des surfaces lisses, on observe le décollement de la lamelle sous forme d’une corolle qui s’atomise ensuite en gouttelettes (figure 1.1c). Sur des surfaces rugueuses, la déstabilisation a lieu sans formation de corolle et pour une valeur de  $K$  plus faible (figure 1.1b). Enfin, sur des surfaces super-hydrophobes, la déstabilisation apparaît encore plus tôt, et provient de l’instabilité du bourrelet lors de la phase de rétraction (figure 1.1d). Il n’est pas clair dans quelle mesure ces différents phénomènes sont communs et la compréhension de l’instabilité de splash est un sujet encore largement ouvert. Ce domaine a été récemment relancé par la mise en évidence

du rôle important que joue le gaz ambiant sur le décollement de la lamelle et l'initiation de l'instabilité ([Xu, Zhang & Nagel 2005]).

Une question plus simple et d'importance pratique dans de nombreuses applications est celle de la déformation maximale de la goutte lors de l'impact. Peut-on prédire l'étalement maximal  $L_m$  de la goutte en fonction de sa taille, de la vitesse d'impact et des propriétés du fluide ? L'approche traditionnelle consiste à raisonner en terme de bilan d'énergie et de lois d'échelle ([Chandra & Avedisian 1991], [Roisman, Rioboo & Tropea 2002], [Clanet *et al.* 2004], [Attané *et al.* 2007], [Vadillo *et al.* 2009]). À nombres de Reynolds peu élevés et grands nombres de Weber, la capillarité est négligeable et l'énergie cinétique initiale de la goutte est essentiellement dissipée par le travail des forces visqueuses \*. En équilibrant l'énergie cinétique initiale,  $(1/2)\rho(\pi L_0^3/6)V_0^2$ , et le travail des forces visqueuses,  $\sim \eta(V_0/h)(\pi L_m^2/4)(L_m/2)$ , où  $h$  est l'épaisseur finale de la lamelle, et en utilisant la conservation du volume de la goutte ( $\pi L_0^3/6 \sim h \pi L_m^2/4$ ), on trouve que l'étalement maximal varie comme :

$$L_m/L_0 \sim Re^{1/5} \quad (\text{visqueux}). \quad (1.4)$$

L'autre extrême correspond au cas où la dissipation est négligeable (grands nombres de Reynolds). L'étalement maximal est alors contrôlé par la capillarité. En équilibrant l'énergie cinétique initiale et l'énergie de surface de la goutte déformée ( $\sim \sigma \pi L_m^2/2$ ) on prédit une loi d'échelle en  $L_m/L_0 \sim We^{1/2}$ . En réalité, ce raisonnement simple néglige l'énergie cinétique interne stockée dans la goutte et la dissipation associée sous forme de tourbillons au niveau du bourrelet capillaire à l'extrémité de la nappe. Expérimentalement, une loi d'échelle en  $L_m/L_0 \sim We^{1/4}$  a été proposée par [Clanet *et al.* 2004] et interprétée en supposant que la nappe éjectée avait la même épaisseur que celle d'une goutte soumise à une accélération centrifuge verticale. Très récemment, ce problème a été revisité lors d'expériences d'impact de gouttes d'eau sur des cibles ([Villermaux & Bossa 2011]). En analysant par un modèle de couche mince la dynamique de la nappe et en tenant compte du bourrelet capillaire, ils prédisent un étalement maximal  $L_m/L_0 = 1 + 0.12 We^{1/2}$ , en accord quantitatif avec leurs expériences. On retrouve ici une loi d'échelle en  $We^{1/2}$ . En revanche, le pré-facteur exact est plus petit que celui prédit par un bilan d'énergie naïf, en raison de la dissipation inertielle qui se produit au niveau du bourrelet.

Les résultats précédents montrent les limites d'une approche purement énergétique de l'impact et l'importance de mieux comprendre la formation et la dynamique de la lamelle éjectée lors de l'impact de la goutte. De nombreux travaux expérimentaux et numériques se sont récemment penchés sur ce problème et notamment sur la sélection de la taille de la lamelle à temps court. L'origine de cette lamelle provient des forts gradients de pression localisés au niveau de la zone de contact (figure 1.2a). Par des méthodes d'imagerie ultra-rapide, [Mongruel *et al.* 2009] parvient à mesurer l'épaisseur de cette lamelle avec une résolution spatiale et temporelle qui atteint  $10^{-5}$  m et  $10^{-5}$  s. On observe une évolution de l'épaisseur aux

---

\*. Ce raisonnement s'applique uniquement à la phase d'étalement inertiel. La forme finale de la goutte déposée est déterminée *in fine* par les propriétés de mouillage de la surface et l'angle de contact entre la goutte et le substrat.



tous premiers instant en  $\sqrt{\nu t}$ , où  $\nu = \eta/\rho$  est la viscosité cinématique du fluide (figure 1.2b). La lamelle primaire serait ainsi contrôlée par une dynamique de diffusion de couche limite, un résultat initialement proposé par [Josserand & Zaleski 2003]. Au temps long, l'épaisseur de la lamelle finale serait alors simplement donnée par l'épaisseur de cette couche de diffusion après un temps correspondant au temps d'impact  $t = L_0/V_0$  :  $h \sim \sqrt{\nu L_0/V_0}$  ([Schroll *et al.* 2010]). Notons que d'autres lois d'échelles ont été proposée pour cette lamelle, lorsque l'inertie ou la capillarité domine les premiers instants ([Mongruel *et al.* 2009]).

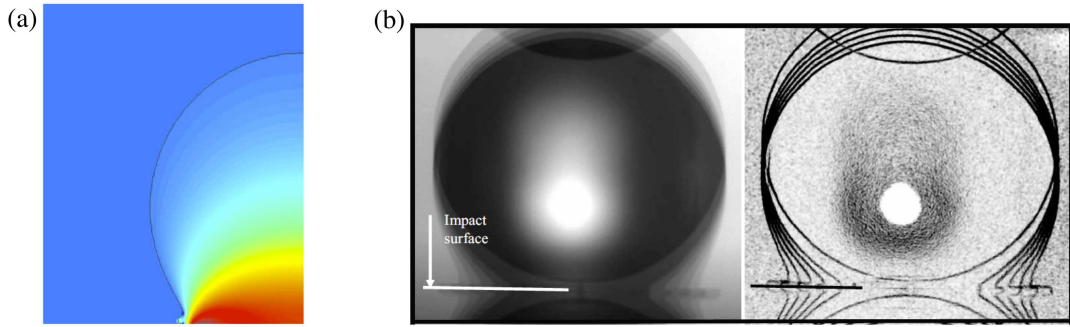


FIGURE 1.2 – Émergence de la lamelle primaire : (a) cartographie du champ de pression (valeurs croissantes du rouge au bleu) à l'instant  $t/\tau = 0.29$  avec  $\tau = L_0/V_0$  pour une simulation numérique de l'impact d'une goutte sur une surface solide,  $Re = 400$  et  $We = 800$  ([Eggers *et al.* 2010]), (b) visualisation par multiexposition de 7 images dont 2 avant l'impact et 5 après, espacées de  $50 \mu s$ , pour l'impact d'une goutte d'eau de diamètre  $D = 3.37$  mm sur une surface en verre,  $Re = 8391$  et  $We = 194$  ([Mongruel *et al.* 2009])

La dynamique de la lamelle primaire joue un rôle décisif dans le phénomène de “splash”, qui est souvent attribué à un décollement de cette lamelle. L'origine de ce décollement fait l'objet de nombreuses recherches. L'absence de gradient de pression stabilisant dans la couche limite rend très sensible la lamelle aux irrégularités de surface ([Josserand *et al.* 2005, Schroll *et al.* 2010]). D'autres auteurs soulignent le rôle de la mince couche d'air que la goutte doit expulser au moment du contact ([Mandre, Mani & Brenner 2009]).

### Impact dans un bain liquide

Une goutte qui tombe dans un bain liquide de profondeur grande devant sa taille déforme l'interface en formant un cratère. Aux faibles vitesses d'impact, le refermement du cratère engendre soit le rebond de la goutte soit sa coalescence avec le liquide en créant un anneau de vortécité. Ce premier régime trouve toute son importance dans la dynamique des gouttes de pluie mais aussi dans le domaine des émulsions et mousses, et de manière générale dans

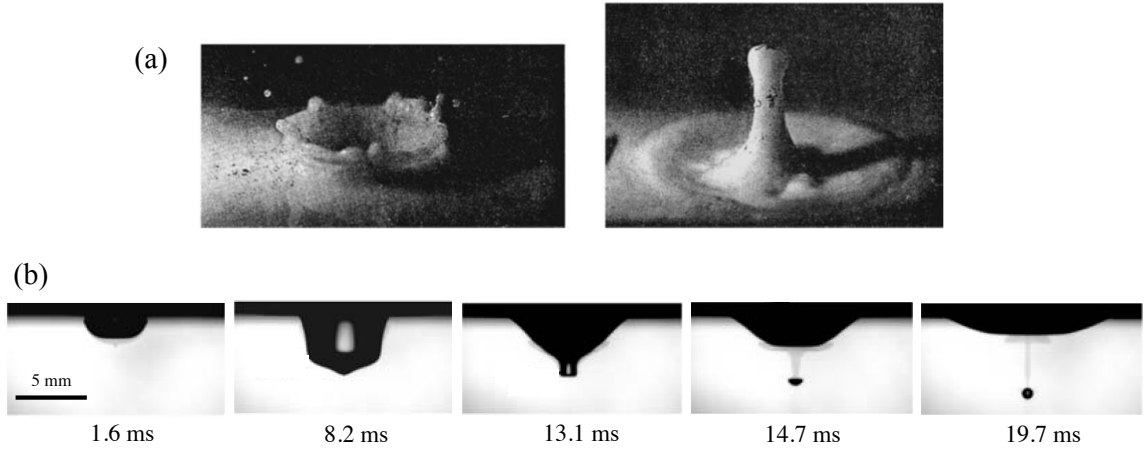


FIGURE 1.3 – (a) Clichés de l’impact d’une goutte d’eau dans un récipient rempli de lait effectués par Worthington (1908). (b) Morphologie du cratère et entraînement d’une bulle lors de l’impact d’une goutte d’huile dans un bain du même liquide,  $Re = 2004$  (d’après [Deng *et al.* 2007]).

les problèmes de génération de vorticité proche d’une interface. En augmentant la vitesse d’impact, on creuse le cratère jusqu’à ce qu’il s’effondre sur lui-même en émettant un jet, défini ici comme étant le splash. Notons qu’à la différence de l’impact sur une surface solide, l’apparition de gouttelettes secondaires n’est pas nécessaire à la dénomination de splash. Pour une énergie cinétique d’impact suffisante, le bord du cratère éjecte un film de liquide. La déstabilisation capillaire de ce film engendre la digitation du contour et l’émission de gouttelettes, à la manière du splash sur une surface solide. Worthington photographie pour la première fois le splash de gouttes d’eau dans du lait ([Worthington 1908]). Avec les techniques de photographie d’exposition rapide de l’époque, il parvient à saisir le film fin qui couronne le cratère et le jet liquide, que l’on nomme depuis le “jet de Worthington” (figure 1.3a). Enfin, proche de la transition vers le splash, une bulle d’air peut se détacher du fond du cratère durant sa fermeture (figure 1.3b). La bulle oscillante émet un son qui se trouve être la principale source du bruit de la pluie sous l’eau ([Prosperetti & Oguz 1993]).

Tout comme le cas de l’impact d’une goutte sur une surface rigide, on peut rationaliser les différents régimes observées à l’aide de nombres sans dimension ([Rein 1993, Liow 2001, Duclaux *et al.* 2007]). Les plus importants sont ici le nombre de Weber et le nombre de Froude :

$$Fr = \frac{V_0^2}{gL_0}, \quad (1.5)$$

où  $g$  est l’accélération de la pesanteur.    faibles  $We$  et  $Fr$ , on observe la coalescence ou le



rebond de la goutte. Par contre, la capture de bulles et l'émission du jet s'effectuent quand  $We \gg 1$  et  $Fr \gg 1$ . Dans ce régime inertiel, l'énergie capillaire est négligeable dans le mécanisme de formation d'un cratère. On peut alors estimer la taille du cratère transitoire en raisonnant sur un bilan d'énergie de la même manière que précédemment. En supposant le cratère en forme de demi-sphère, l'énergie gravitationnelle nécessaire à sa formation varie comme  $\sim \rho(2\pi/3)P_m^3 g P_m$ , où  $P_m$  est la profondeur du cratère. En équilibrant cette énergie et l'énergie cinétique initiale de la goutte, on trouve une loi d'échelle en

$$P_m/L_0 \sim Fr^{1/4}. \quad (1.6)$$

L'ajout de données d'impacts de gouttes visqueuses à très grandes vitesses permet de valider cette loi sur plusieurs décades de  $10 < Fr < 10^{10}$ . Cependant, là encore, le pré-facteur prédit par un bilan d'énergie naïf sur-estime la taille du cratère car il ne tient pas compte des pertes d'énergie sous formes d'ondes de surface et de vorticité dans le milieu. Un modèle global incluant inertie, capillarité, viscosité et gravité reste encore un défi de taille dans le domaine. Tout comme dans le cas d'une goutte impactant une surface solide, de nombreux travaux tentent de décrire la phase d'éjection de la nappe liquide et les instabilités qui en découlent.

### 1.1.2 Impacts de fluides complexes

Les impacts de fluides complexes ont été beaucoup moins étudiés que ceux mettant en jeu des fluides newtoniens. Pourtant, de nombreuses applications mettent en jeu des fluides complexes ou nécessitent la modification des propriétés de fluides simples (récupération du pétrole, formulation de la peinture, émulsification eau-carburant). En agriculture, la nécessité de contrôler la déposition des pesticides sur les feuilles naturellement hydrophobes a motivé les premières études sur l'impact de gouttes non-newtoniennes. Pour empêcher le rebond capillaire des gouttes, la stratégie évidente consiste à diminuer la tension de surface par l'ajout de tensioactifs dans le liquide pur ([Cooper-White, Crooks & Boger 2002]). Pour le régime très dilué, dans lequel la rhéologie de la goutte dans le volume est inchangée, Aytouna (2010) [Aytouna *et al.* 2010] montre qu'en fonction des tensioactifs utilisés et selon leur affinité avec le substrat, la vitesse d'adsorption varie significativement, ce qui influence à la fois l'étalement maximum de la goutte et le taux de rétractation.

Lorsqu'on augmente la concentration de tensioactifs, les molécules amphiphiles s'organisent dans le volume en micelles tubulaires, rod-like ou worm-like, dont l'action sur l'écoulement est similaire aux macromolécules polymères. L'ajout d'une infime quantité de polymères flexibles telles que le polyethyleneoxide (PEO) peut avoir une influence spectaculaire sur les propriétés d'impact d'une goutte.   faibles concentrations, alors même que la viscosité globale du milieu semble inchangée, on constate une inhibition du rebond de la goutte sur une surface hydrophobe ([Bergeron *et al.* 2000]). Différentes études se sont intéressées au ralentissement de la phase de rétractation, à l'inhibition du rebond ([Bartolo *et al.* 2007], [Bertola 2009], [Smith & Bertola 2010]) et au retardement du seuil de

splash ([Crooks & Boger 2000], [Rozhkov *et al.* 2003]) en présence de solution polymériques diluées. Notons que le mécanisme sous-jacent au phénomène d’antirebond est encore discuté. L’explication initiale de Bergeron *et al.* attribuait le mécanisme à une dissipation élongationnelle due à l’étirement des chaînes de polymère lors de la phase de rétraction. Cette explication posait cependant deux contradictions. Tout d’abord, elle attribue une place particulière à la phase de rétraction alors que la phase d’étalement aurait dû être pareillement affectée par cette “dissipation élongationnelle”. Ensuite, des impacts obtenus sur des surfaces chauffées et sur des cibles, pour lequel l’écoulement est purement élongationnel, ne sont pas modifiés par l’ajout de polymères. [Bartolo *et al.* 2007] ont récemment en partie levé la contradiction en remarquant la grande hystérésis de l’angle de contact entre la phase d’étalement et la phase de rétraction. Lors de la phase d’étalement, l’angle apparent est proche de  $180^\circ$  et l’écoulement est peu cisailée au niveau de la ligne de contact. En revanche, lors de la rétraction, l’angle apparent est faible et il existe de forts gradient d’épaisseur et de cisaillement au niveau de la ligne de contact. En présence de polymères, ce cisaillement génère des différences de contraintes normales importantes, qui agissent comme un frein sur la ligne de contact. Très récemment, la dynamique des chaînes au niveau de la ligne de contact a été visualisée directement par l’utilisation de molécules d’ADN fluorescentes ([Smith & Bertola 2010]). Il semble que l’étirement des chaînes de polymères agit directement sur la ligne de contact, tel une “friction effective”. Ce dernier résultat devrait relancer le débat.

La plupart de ces études d’impacts avec des fluides complexes concernent des solutions diluées de polymères. Cependant, dans de nombreuses circonstances (émulsions, gels, argiles, peinture, enduits, etc) les fluides mis en jeu peuvent être plus complexes et présenter un seuil d’écoulement. C’est le cas par exemple des impacts de suspensions colloïdales concentrées (peinture, enduit). Nous abordons maintenant la présentation de ces fluides complexes intermédiaires entre solide et liquide que sont les fluides à seuil.

## 1.2 Fluides à seuil

### 1.2.1 Définitions et exemples

Les fluides à seuil sont largement présents dans notre quotidien. Ketchup, yaourt, dentifrice, vernis à ongle, peinture, boue, ciment sont autant de matériaux à la fois solide et liquide selon les situations dans lesquelles on les place (figure 1.4). Le gel coiffant se fond facilement dans la chevelure et fixe la coiffure créée toute une journée. Une zone de sable mouvant boueux semble solide mais ne peut supporter qu’un certain poids. Au-delà d’une pression seuil, le milieu se liquéfie subitement, entraînant les corps en surface. Enfin, de nombreux fluides biologiques présentent une contrainte seuil en-dessous de laquelle le milieu ne coule pas. C’est le cas du mucus animal ou du mucilage végétal, ainsi que du sang dans



FIGURE 1.4 – Quelques exemples de fluides à seuil. La photo de gauche est un volcan de boue (hauteur environ 40 cm) photographié dans le parc de Yellowstone, USA (crédit : S. R. Brantley).

une certaine mesure. Composé de globules qui peuvent s'arranger collectivement, le sang a la capacité de varier sa viscosité pour adapter sa circulation et peut coaguler pour stopper son écoulement.

Le point commun de tous ces matériaux est qu'ils sont désordonnés et composés d'éléments mésoscopiques concentrés – bulles, gouttes, particules, agrégats – de tel sorte que l'agitation thermique n'arrive pas à vaincre l'énergie d'interaction entre les constituants. Il en résulte une contrainte seuil à l'échelle macroscopique. D'un point de vue structural, on distingue généralement deux types de fluide à seuil : ceux dont les interactions entre particules sont attractives (parfois qualifiés de “gel”) et ceux dont les interactions sont répulsives (parfois nommés “vitreux”). Dans le premier groupe, on trouve les gels colloïdaux et les suspensions argileuses. Leur arrangement spatial résulte de l'agglomération électrostatique des éléments colloïdaux. Ces matériaux sont souvent thixotropes, ce qui signifie qu'ils évoluent spontanément dans le temps sous l'effet de l'agitation thermique. Au repos, le mouvement brownien déplacent les particules jusqu'à se qu'elles s'aggrègent. La microstructure devient alors de plus en plus renforcée et résistante à l'écoulement. Ce phénomène est appelé le “vieillissement”. Lorsque le fluide s'écoule, on observe une diminution de la viscosité dans le temps due à la rupture progressive de la structure tridimensionnelle ; ce que l'on appelle le “rajeunissement”. Un état d'écoulement stationnaire peut être obtenu quand il y a équilibre entre vieillissement et rajeunissement. Dans le second groupe des fluides à seuil “vitreux”, on trouve les pâtes granulaires, les granulaires secs, les mousses, les émulsions, les micro-gels polymères. Au repos, les constituants de ces fluides (grains, bulles, gouttes, pelotes polymères...) sont confinés et les particules se repoussent entre elles (contraintes stériques, déformation capillaire d'interfaces, forces élastiques...). Contrairement au cas des gels colloïdaux, la taille

de ces particules est trop importante pour que l'agitation thermique parvienne à réarranger la structure et il y a peu de vieillissement. Pour couler, il faut appliquer une contrainte externe seuil permettant de vaincre le confinement géométrique entre les particules\*.

## 1.2.2 Rhéologie

### Lois d'écoulement classiques : Bingham et Herschel-Bulkley

D'un point de vue macroscopique, la modélisation la plus classique pour décrire le comportement en écoulement d'un fluide à seuil est la loi de Bingham (1922). Celle-ci stipule que le milieu est rigide en dessous d'une certaine contrainte tangentielle seuil  $\tau_c$  et coule au-dessus avec une certaine "viscosité". En pratique, la plupart des fluides à seuil présente un comportement rhéofluidifiant, c'est-à-dire que leur viscosité diminue avec le taux de cisaillement. Le modèle le plus utilisé est alors la loi de Herschel-Bulkley (figure 1.5) qui généralise le modèle de Bingham comme :

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = 0 & \text{pour } \tau < \tau_c, \\ \tau = \tau_c + K\dot{\gamma}^n & \text{pour } \tau > \tau_c, \end{cases} \quad (1.7)$$

où  $K$  est la "consistance" du fluide ( $\text{Pa.s}^n$ ) et  $n$  est un paramètre sans dimension. Pour  $n = 1$ , on retrouve le modèle de Bingham et  $K$  se réduit à la viscosité. La loi de Herschel-Bulkley ([Herschel & Bulkley 1926]) décrit relativement bien le comportement rhéologique d'une grande variété de matériaux (gels, argiles, émulsions) quand on les soumet à un cisaillement simple stationnaire ([Barnes, Hutton & Walters 1989], [Coussot 2005]). Elle est utilisée dans la plupart des modélisations hydrodynamiques de ces fluides. Notons que la relation scalaire (1.7) peut être généralisée de façon tensorielle à des écoulements présentant plusieurs directions de cisaillement ([Oldroyd 1947]). Pour cela, on écrit la partie déviatorique du tenseur des contraintes en faisant apparaître une viscosité effective :  $\tau_{ij} = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}_{ij}$ , avec  $\eta = (\tau_c + K\dot{\gamma}^n) / \dot{\gamma}$ , où  $\dot{\gamma} = \sqrt{(1/2)\dot{\gamma}_{ij}\dot{\gamma}_{ij}}$  est la norme du taux de cisaillement et  $\dot{\gamma}_{ij} = \partial_j u_i + \partial_i u_j$  le tenseur taux de déformation. Cette viscosité effective diverge au seuil de l'écoulement ( $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ ), c'est-à-dire lorsque  $\sqrt{(1/2)\tau_{ij}\tau_{ij}} = \tau_c$ . Cette description est utile pour décrire des écoulements complexes à la fois cisailée et étirée ([Ovarlez, Barral & Coussot 2010]). Elle est le point de départ de la plupart des modélisations des écoulements de fluides à seuil en mécanique des fluides.

---

\*. À cause du désordre, il existe en réalité une distribution de barrière d'énergie locale à franchir. Si l'on applique une contrainte extérieure trop faible, celle-ci provoque un réarrangement local des minimum d'énergie les plus favorables, sans faire couler l'ensemble. Le système relaxe vers des positions de plus en plus profondes, ce qui rend le fluide de plus en plus rigide (on parle parfois d'écrouissage). Ainsi, on retrouve un mécanisme de type vieillissement ou fluage mais qui est piloté par la contrainte extérieure et les temps de relaxation internes (viscosité, etc...).

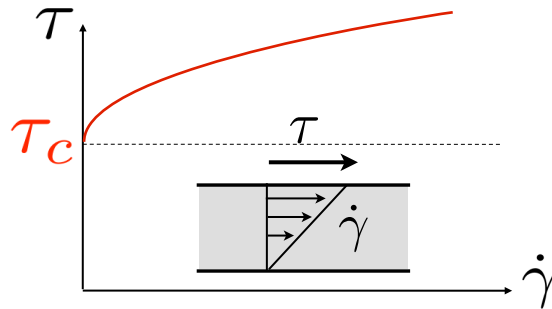


FIGURE 1.5 – Allure de la loi de comportement d’Herschel-Bulkley.

### Développements récents : lien micro/macro et transition solide/liquide

Depuis une vingtaine d’année, la rhéologie des fluides à seuil connaît un important renouveau, tant du point de vue des techniques expérimentales (mesure par résonance magnétique nucléaire [Rodts *et al.* 2010], vélocimétrie ultrasonore [Manneville *et al.* 2005], microfluidique [Goyon *et al.* 2008, Isa *et al.* 2009]) que de la modélisation (problème de la transition solide/liquide dans les milieux denses désordonnés). Les recherches actuelles sont orientées dans deux directions principales.

Une partie des travaux s’attache à faire le lien entre les lois d’écoulements macroscopiques de type Herschel-Bulkley et les mécanismes physiques à l’échelle microscopique. Pour chaque système, différentes lois d’échelle ont été proposées permettant de relier la contrainte seuil  $\tau_c$ , la consistance  $K$  ou le paramètre  $n$  en fonction de la concentration et des propriétés des interactions entre les “particules” (tension de surface, élasticité, forces colloïdales, lubrification,...) ([Scales *et al.* 1998, Coussot 2005, Tighe *et al.* 2010]). Ainsi, dans le cas de fluides à seuil dominés par des interactions répulsives élastiques entre particules (suspensions denses de particules molles), on constate que les courbes rhéologiques se regroupent en une loi universelle lorsqu’on adimensionne la contrainte de cisaillement par la contrainte seuil  $\tau/\tau_c$  et le taux de cisaillement par l’inverse du temps de relaxation du fluide  $\dot{\gamma}\lambda$  avec  $\lambda = \eta_s/G$ , où  $\eta_s$  est la viscosité du fluide entre les particules et  $G$  le module élastique du milieu sous le seuil ([Cloitre *et al.* 2003]). On obtient de plus un exposant  $n = 1/2$  pour la loi de puissance, qui peut être interprété en terme de lubrification entre sphères sphériques. Notons que le même type de relation est trouvée dans le cas d’émulsions concentrées au-delà d’une concentration critique, la tension de surface des gouttes remplaçant dans ce cas l’élasticité des particules.

L’autre grand domaine de recherche actuelle concerne la transition solide/liquide dans les fluides à seuil, et plus généralement l’origine du “jamming” dans les milieux denses et désordonnés ([Liu & Nagel 1998]). Le débat sur l’existence ou non d’un véritable seuil d’écoulement a commencé il y a plus de vingt ans. La question est de savoir si le seuil en contrainte marque la transition entre un état solide et un état liquide ou bien si il s’agit d’une transition entre deux liquides de viscosité très éloignées. La seconde vision a été lancée par Barnes (1985) qui mesure un saut de la viscosité apparente de plusieurs décades quand

$\tau \approx \tau_c$ , suivi d'un plateau de "viscosité newtonienne" quand  $\tau \leq \tau_c$ . Tout récemment, [Møller, Fall & Bonn 2009]) ont reproduit ces expériences et montré que la viscosité apparente n'avait pas été mesurée dans un régime stationnaire. Durant des temps de  $10^4$  s, la valeur de la "viscosité" en dessous du seuil augmente en fait continûment; on peut donc considérer cet état comme solide. De nombreuses autres études vont dans le même sens et l'on peut aujourd'hui estimer que ce débat sur l'existence d'une contrainte seuil est tranché.

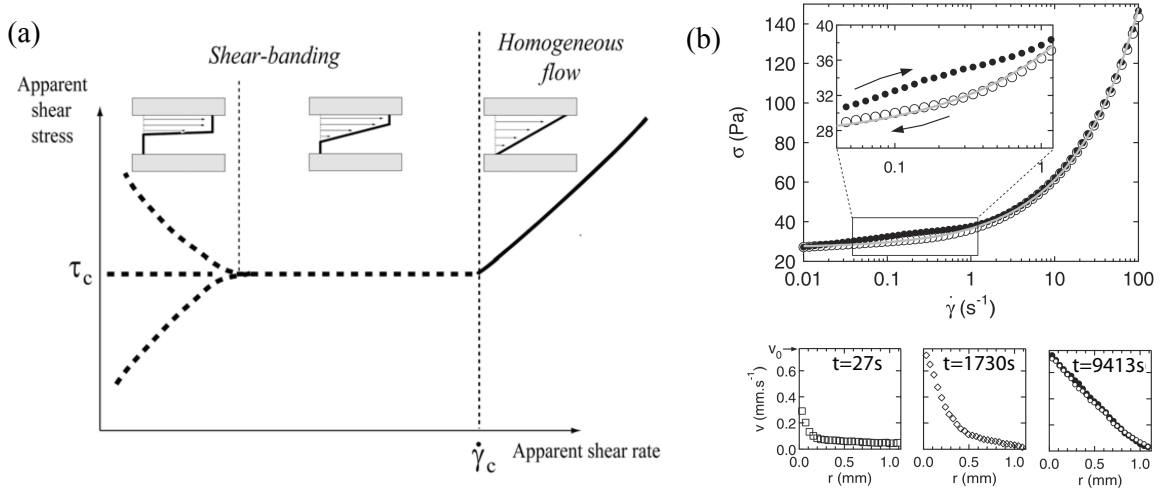


FIGURE 1.6 – (a) Courbe d'écoulement stationnaire mesurée en rhéomètre avec des fluides à seuil thixotropes (d'après [Ovarlez *et al.* 2009]). (b) Courbe d'écoulement stationnaire mesurée pour une solution de Carbopol (micro-gel) lors d'une rampe aller-retour du taux de cisaillement. La petite hystérésis observée aux faibles taux de cisaillement provient du fait que le profil de vitesse n'a pas eu le temps d'atteindre sa forme d'équilibre. Les séquences du bas montrent l'établissement lent du profil de vitesse quand on impose un taux de cisaillement constant (d'après [Divoux *et al.* 2010]).

En fait, l'une des principales difficultés provient du fait que le comportement d'un fluide à seuil proche de la transition solide/liquide est bien plus complexe que celui décrit par une loi simple telle Bingham ou Herschel-Bulkley. Des phénomènes tels que le glissement aux parois ([Seth *et al.* 2008]) ou l'apparition de bande de cisaillement ([Ovarlez *et al.* 2009]) apparaissent souvent et sont exacerbés proche du seuil, ce qui rend délicates les interprétations des mesures faites en rhéomètres ([Coussot *et al.* 2009]). Là encore, il semble que la phénoménologie soit différente selon que les fluides présentent de la thixotropie (fluide à seuil attractif type "gels", comme les argiles ou les gels colloïdaux) ou non (fluide à seuil répulsifs type "vitreux" comme les émulsions, les mousses ou les micro-gels). Pour les premiers, la compétition entre le vieillissement interne et le rajeunissement dû au cisaillement extérieur introduit un taux de cisaillement critique  $\dot{\gamma}_c$ . Pour un taux de cisaillement imposé  $\dot{\gamma}_{macro} \geq \dot{\gamma}_c$  le fluide s'écoule de façon homogène avec une rhéologie apparente de type Herschel-Bulkley. En revanche pour



$\dot{\gamma}_{macro} \leq \dot{\gamma}_c$ , il apparaît des bandes de cisaillement et le fluide se divise en une partie rigide avec  $\dot{\gamma}_{loc} = 0$  et une partie cisailée  $\dot{\gamma}_{loc} = \dot{\gamma}_c$ , afin d’assurer un taux de cisaillement moyenné dans tout le fluide égale à  $\dot{\gamma}_{macro}$  (figure 1.6a). Ce régime est associé à une forte hystérésis de la courbe contrainte/taux de déformation proche du seuil. Plusieurs modèles rhéologiques tentent de décrire ces observations en terme de variable interne liée à l’évolution d’une micro-structure ([Ovarlez *et al.* 2009]). D’un autre côté, les fluides à seuil répulsifs (parfois appelés “vrais” fluides à seuil) et qui ne présentent pas de thixotropie ont une loi d’écoulement stationnaire bien décrite par Herschel-Bulkley même aux très faibles taux de cisaillement. Une étude récente ([Divoux *et al.* 2010]) menée avec des solutions de Carbopol montre toutefois que les transitoires vers l’état stationnaire peuvent être très long quand on se rapproche du seuil (figure 1.6b). En visualisant directement le profil de vitesse par technique ultrasonore dans une géométrie de Couette, ces auteurs montrent que le temps d’établissement du profil linéaire varie comme :  $\dot{\gamma}^{-\alpha}$  avec  $\alpha \sim 2 - 3$ . Ainsi, pour  $\dot{\gamma} \lesssim 0.1 \text{ s}^{-1}$  l’écoulement peut rester hétérogène pendant plus de  $10^5 \text{ s}$  avant d’atteindre l’équilibre. Ce résultat surprenant n’est pas encore expliqué.

Il est important de souligner que la plupart de ces études sur la rhéologie concerne le régime d’écoulement stationnaire au dessus-du seuil. De nombreux travaux s’intéressent également au comportement sous le seuil. Dans ce régime, le milieu se comporte en première approximation comme un milieu élastique plus ou moins dissipatif, présentant ou non des phénomènes de vieillissement. Nous verrons au cours de cette thèse que cette élasticité peut jouer un rôle important également au-dessus du seuil, dans des configurations d’écoulement fortement instationnaire. Nous discuterons alors plus en détail comment incorporer cet aspect dans la rhéologie de ces milieux.

### 1.2.3 Au-delà du rhéomètre : hydrodynamique des fluides à seuil

La plupart des études sur les fluides à seuil sont faites dans des rhéomètres. Cependant, de nombreuses situations industrielles et géophysiques mettent en jeu des écoulements de fluides à seuil dans des configurations plus complexes. Pour décrire ces écoulements, l’approche la plus répandue consiste à implémenter les rhéologies classiques types Bingham ou Herschel-Bulkley dans des équations types Navier-Stokes ([Balmforth & Frigaard 2007]). La principale difficulté provient de la forte non-linéarité de ces lois de comportement, notamment au niveau de la transition solide/liquide avec la divergence de la viscosité effective. La configuration la plus étudiée est celle des écoulements à surface libre sur pente, motivée par les écoulements gravitaire en géophysique comme les écoulements de boue, de débris ou de lave ([Griffiths 2000], [Ancey 2007]). Des modèles moyennés dans l’épaisseur ont été développées pour décrire l’étalement d’une masse sur une pente ([Griffiths 2000, Balmforth *et al.* 2002], la forme des fronts d’avalanche ([Chambon *et al.* 2009]) ou les instabilité de surfaces (“roll waves”) dans les écoulements sur plan inclinés ([Balmforth 2004]). De nombreuses autres configurations ont été modélisées en utilisant les lois de Bingham ou Herschel-Bulkley. Parmi elles, mentionnons le test de l’effondrement (“slump test” en anglais), utilisé pour

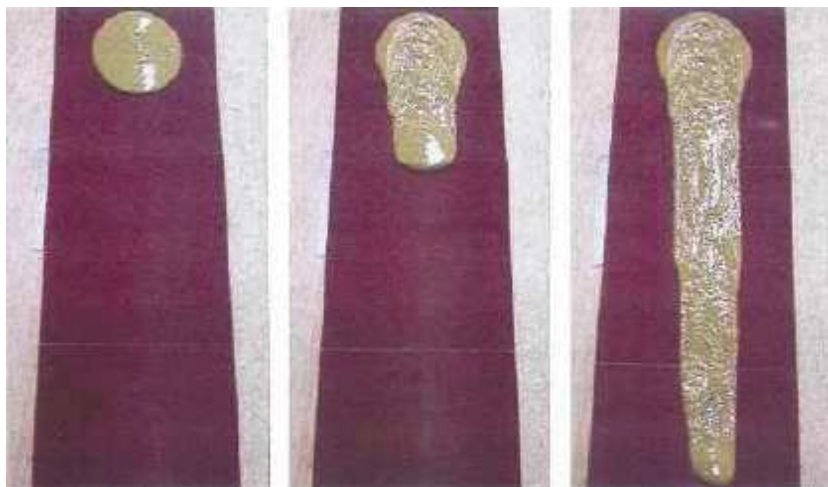


FIGURE 1.7 – Avalanche d’une suspension d’argile (bentonite) posée sur un plan incliné à l’angle critique pour lequel l’écoulement est effectif ([Coussot *et al.* 2002]).

caractériser la qualité des matériaux sur le terrain en libérant une masse de fluide sur un plan (bâtiment, alimentaire) ([Roussel & Coussot 2005], [Balmforth *et al.* 2007]) ; le problème de l’extrusion sous gravité, qui est un processus couramment employé dans l’industrie (alimentaire, pharmaceutique...) ([Coussot 2005, Balmforth, Dubash & Slim 2010]) ; la chute d’une sphère dans un fluide à seuil (applications aux boues de forage ou aux gels cosmétiques) ([Beris *et al.* 1985, Beaulne & Mitsoulis 1997, Tabuteau *et al.* 2007]) ou l’écoulement dans des conduites ([Nouar & Frigaard 2001], [Peixinho *et al.* 2005]).

Il est à noter que la majorité de ces travaux sont théoriques ou numériques. Il existe en revanche beaucoup moins d’expériences contrôlées sur les écoulements de fluides à seuil. Or nous avons vu que les rhéologies classiques Bingham ou Herschel-Bulkley ne constituent qu’une approximation de la rhéologie réelle des fluides à seuil qui présente souvent des phénomènes de vieillissement, de glissements aux parois, de localisation ou autres. Il est important de se demander dans quelle mesure ces effets rhéologiques jouent un rôle dans l’hydrodynamique des fluides à seuil. Un exemple spectaculaire d’influence de tels effets sur la rhéologie est donnée sur la figure 1.7 qui montre le déclenchement brutale d’une avalanche observée dans un matériau thixotrope (bentonite). Un autre cas intéressant est celui des écoulements instationnaires. Récemment, le problème de la couche de Stokes a été revisité dans les fluides à seuil en étudiant le comportement d’une couche d’argile posée sur une plaque et soumise à un mouvement sinusoïdale ([Balmforth, Forterre & Pouliquen 2009]). Bien que la loi de comportement mesurée en rhéomètre pour l’argile soit bien modélisée par une loi type Herschel-Bulkley, les prédictions de cette rhéologie sont incapables d’expliquer les



mouvements de grandes amplitudes observés expérimentalement, et attribués à un couplage entre l'écoulement et la microstructure.

Ces exemples montrent que des effets rhéologiques subtils peuvent avoir des conséquences importantes sur les écoulements de fluides à seuil. En ce sens, l'étude de configurations hydrodynamiques variées peut servir de test rhéométrique pour ces matériaux complexes, dans des conditions parfois difficilement accessibles aux rhéomètres traditionnels. C'est dans cet esprit que nous avons abordé l'étude des impacts de fluides à seuil. Nous avons vu que l'impact d'une goutte sur une surface rigide ou meuble met en jeu des temps et des échelles très petites, associés à de grandes déformations en cisaillement et en élongation. Comment se comporte un fluide à seuil dans ces conditions extrêmes ? Ce comportement peut-il nous renseigner sur sa rhéologie ?

### 1.3 Impact de fluides à seuil

Les impacts de gouttes de fluides à seuil interviennent dans tous les procédés qui nécessitent un arrêt rapide de l'écoulement de la goutte après l'impact (enduit, spray). Parmi les domaines d'applications prometteurs, nous avons déjà signalé la fabrication de structures micrométriques tri-dimensionnelle développée à partir de la technique d'impression à jet d'encre ([Lewis 2006], figure 1a). La déposition de gel colloïdaux permet de créer de nouveaux matériaux souples à l'architecture contrôlée pour des applications en électronique, biologie ou microfluidique. À une tout autre échelle, l'étude des impacts de fluides à seuil peut servir de modèle de laboratoire pour l'étude des impacts solides à très hautes vitesses, tel qu'en métallurgie (soudure solide, [Crossland 1982]), en ballistique ([Averbuch & Bodner 1974]) ou à encore plus grande échelle, en géophysique lors d'impacts de météorites et d'astéroïdes ([Melosh 1989]). Dans ce cas, un paramètre important est le rapport entre la pression dynamique d'impact et la contrainte seuil du matériau ([Johnson 1985]) :

$$Y^2 = \frac{\rho V_0^2}{\tau_c}. \quad (1.8)$$

Les valeurs typique de  $\tau_c$  pour les fluides à seuil (gels, argiles, émulsions) étant plusieurs millions de fois inférieures à celles des métaux ou des sols, on peut reproduire à basse vitesse ( $\sim \text{m/s}$ ) en laboratoire les conditions de vitesse extrêmes ( $\sim \text{km/s}$ ) pour lesquelles les solides classiques coulent. Citons enfin, l'application très spécifique en criminologie, de l'analyse des traces de sang pour aider à la reconstitution d'un crime.

Malgré ces applications, il n'existait au début de cette thèse que très peu d'études contrôlées d'impacts de fluides à seuil. La seule étude expérimentale répertoriée était celle de Nigen (2005) ([Nigen 2005]). Cet auteur a étudié l'impact de gouttes de Vaseline sur une surface en Plexiglas. Le choix d'un fluide unique et les paramètres de l'expériences (petite goutte, forte viscosité, faible contrainte seuil) limitent l'interprétation des résultats. Cependant, une observation intéressante de cette étude est que la contrainte seuil peut inhiber la

rétractation capillaire de la goutte et figer la goutte à son extension maximale. Ce résultat suggère que la dynamique d'impact d'un fluide à seuil pourrait être essentiellement contrôlée par la rhéologie du milieu et non par les propriétés de mouillage des surfaces, contrairement au cas des fluides newtoniens.

L'objectif de cette thèse est d'approfondir ces premières observations en utilisant des fluides à seuil modèles permettant d'explorer une grande gamme de paramètres rhéologiques (élasticité, seuil, viscosité). Nous étudierons deux configurations : l'impact d'une goutte de fluide à seuil sur une surface rigide (figure 1.8a, chapitre 3 et 4) et le cas d'une goutte tombant dans un récipient rempli du même fluide en lien avec la formation des cratères (figure 1.8b, chapitre 5). Dans les deux cas, nous tenterons de défricher le sujet en nous focalisant sur une question de base : quels sont les mécanismes physiques qui contrôlent la dynamique et la taille maximale de la goutte ou du cratère formés, en fonction la taille de la goutte, de sa vitesse et des propriétés rhéologiques des fluides ? Avant d'aborder les résultats proprement dits, nous présentons dans le chapitre suivant le dispositif d'impact et les fluides utilisés tout au long des expériences.

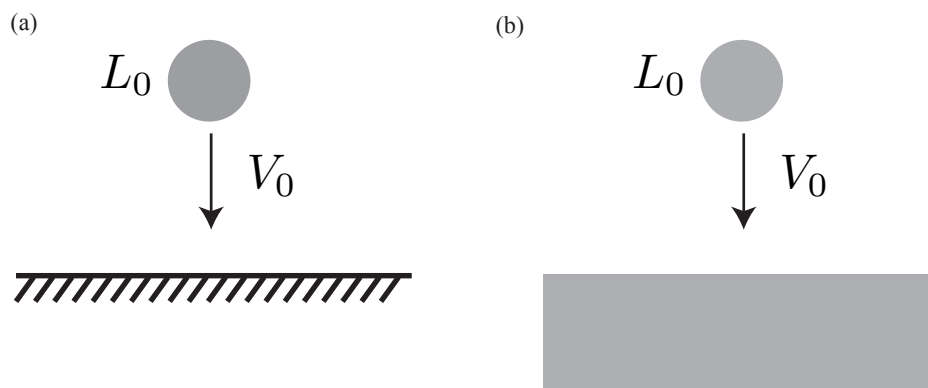


FIGURE 1.8 – Les deux configurations étudiées dans cette thèse : impact sur une surface rigide (a) et impact sur une surface meuble (b).

# Chapitre 2

## Configuration expérimentale

Dans ce chapitre, nous présentons tout d’abord les fluides à seuil modèles utilisés dans nos expériences ainsi que leurs caractérisations rhéologiques mesurées en rhéomètre (élasticité, loi d’écoulement). Nous décrivons ensuite le dispositif expérimental mis au point pour étudier les impacts sur des surfaces rigides (formation des gouttes, surfaces d’impact).

### 2.1 Fluides à seuil utilisés

Nous avons vu qu’il existe une très grande variété de fluides naturels ou commerciaux qui présentent un seuil d’écoulement. Dans cette étude, nous avons choisi trois différents types de fluide à seuil : une suspension de micro-gel à base de polymère, le Carbopol et deux suspensions colloïdales d’argiles : la bentonite et le kaolin. Ces fluides sont bien connus pour posséder une contrainte seuil au-delà d’une concentration critique et sont largement utilisés dans la littérature comme fluides viscoplastiques modèles (par exemple [Coussot 1994], [Osmond & Griffiths 2001], [de Bruyn *et al.* 2002], [Peixinho *et al.* 2005], [Tabuteau *et al.* 2007], [Chambon *et al.* 2009]). En ajustant la concentration, il est possible de préparer ces solutions en laboratoire et d’obtenir une grande gamme de paramètres rhéologiques.

#### 2.1.1 Choix des fluides et préparation

##### Micro-gel polymère : Carbopol

Le Carbopol est un agent gélifiant très présent dans toute l’industrie agro-alimentaire, cosmétique et pharmaceutique. C’est une préparation à base de polymères d’acide acrylique possédant un fort pouvoir d’hydratation et de dissolution. Mis en solution dans l’eau, les chaînes de polymères s’organisent en pelotes et la solution est acide. La neutralisation ( $\text{pH} \sim 7$ ) entraîne le gonflement des chaînes et l’épaississement du milieu. Au-dessus d’une certaine

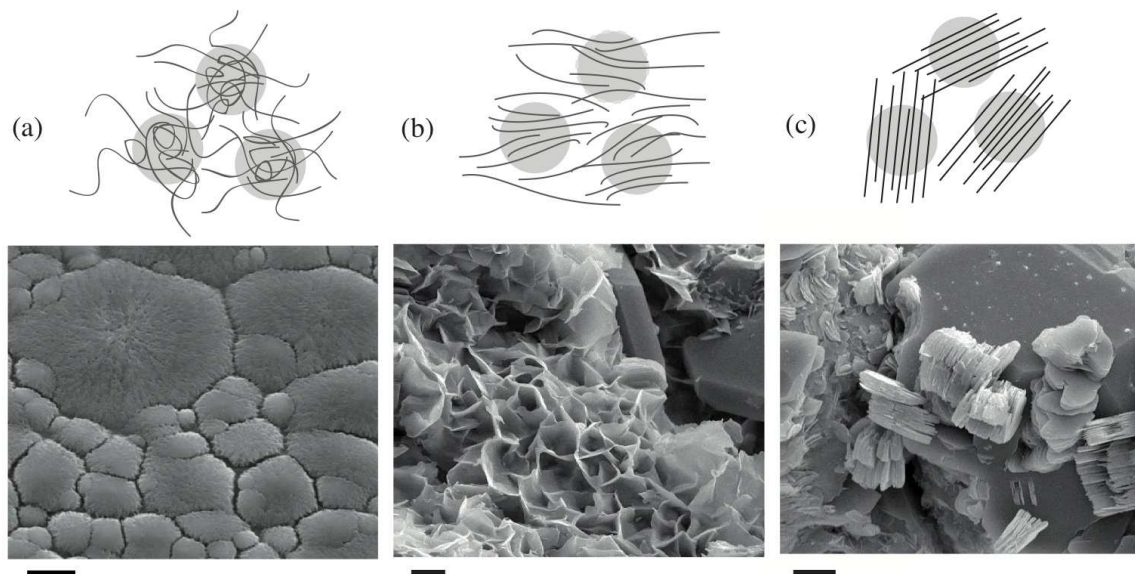


FIGURE 2.1 – En haut, schémas des microstructures (a) de micro-gel polymère, (b) d'argile de bentonite, (c) d'argile de kaolin. En bas, imageries par microscopie électronique à balayage (SEM) (a) Carbopol ( $C_3H_4O_2$ )<sub>n</sub> [Piau] (b) bentonite ( $(Na, Ca)_{0.3}(Al, Mg)_2Si_4O_{10}(OH)_2 \cdot n(H_2O)$  sur un grain de quartz (webmineral.com), (c) de kaolin  $Al_2Si_2O_5(OH)_4$  sur un grain de quartz (webmineral.com). L'échelle spatiale indique  $5 \mu m$ .

concentration de polymères (de l'ordre de la fraction de % en masse), on constate l'apparition d'un seuil de contrainte. La structure exacte du Carbopol pour des solutions concentrées n'est pas bien connue. Il est classique de décrire ces solutions comme un micro-gel ([Piau 2007], [Oppong *et al.* 2006]). On suppose que le milieu est formé de petites particules molles formée d'un enchevêtrement de chaînes de polymères, pressées les unes contre les autres à la manière d'une émulsion dense (figure 2.1a). La visualisation au microscope électronique montre un réseau polydisperse de type nid d'abeille de taille  $2\text{-}20 \mu m$  (figure 2.1a). Les facettes peuvent être vues comme des contacts de Hertz par lesquels les particules se repoussent. À la manière d'un milieu granulaire, les contraintes stériques entre les particules de gel sont telles qu'une contrainte seuil doit être appliquée pour faire s'écouler le fluide.

Pour nos solutions, nous avons utilisée le Carbopol ETD 2050 (Noveon, distributeur Gattefossé France) qui se présente sous la forme d'une poudre blanche très volatile. La préparation consiste à incorporer lentement la poudre dans de l'eau déminéralisée et chauffée à une température de  $50^\circ$ , en mélangeant continuellement à 700 tours/min. On obtient un mélange peu visqueux, légèrement opaque et acide ( $pH=3$ ). La solution est ensuite neutralisée

en ajoutant de la soude (NaOH) diluée à 18 % jusqu'à obtenir un pH autour de 7 (en pratique, 80 ml de soude pour 5 litres de solution à 1% en masse de Carbopol). Cette opération est réalisée en maintenant l'agitation et la soude est incorporée à l'aide d'une seringue afin en différents endroits afin de bien homogénéiser l'ensemble. La solution est ensuite agitée vigoureusement pendant au moins une journée à 700 tours/min. On obtient enfin un gel transparent, avec des petites bulles qui disparaissent par diffusion au bout de quelques jours. Pour des concentrations  $\geq 1\text{wt}\%$ , les bulles restent prisonnières du fluide et doivent être retirées à la main, aspirées par une seringue. Les principales difficultés de la préparation sont le contrôle et l'homogénéité du pH et la formation de bulles lors du mélange. Pour y remédier, l'agitation est créée à l'aide d'une hélice spéciale pour fluide visqueux entièrement immergée. En pratique cependant, il est délicat de préparer des solutions de concentration massique supérieure à 3% en masse. De plus, la reproductibilité des mélange n'est pas très bonne d'une préparation sur l'autre, ce qui nécessite une caractérisation au cas par cas. Pour nos expériences, nous avons préparé des solutions de 0.2 wt% à 3 wt%.

Les solutions concentrées de Carbopol forment un milieu relativement mou, de masse volumique très proche de celle de l'eau et transparent, ce qui est un grand avantage expérimental. Un autre avantage du Carbopol est que c'est un fluide à seuil stable dans le temps, qui ne présente que très peu de thixotropie.

### Argiles naturelles : bentonite et kaolin

Les argiles naturelles résultent de l'interaction de l'eau avec une roche pré-existante suivant divers processus géologiques (altération, dépôt, sédimentation...). La bentonite et le kaolin sont constituées par un empilement de feuillets de phyllosilicates métalliques. La constitution ionique de chacun des minéraux argileux entraîne une réaction électrolytique spécifique avec l'eau. La bentonite a une grande capacité de rétention d'eau et prend ainsi la texture d'un gel. La boue bentonitique est couramment utilisée comme liant dans le mortier et comme agent d'étanchéité dans le génie civil. À l'inverse, le kaolin est très peu hydraté. Il ne se déforme quasiment pas à la cuisson, ce qui lui vaut d'être le matériau à la base de la porcelaine. Les systèmes argileux ont trois niveaux d'organisation : le feuillet ( $\sim 1\ \mu\text{m}$  de longueur et  $\sim 1\ \text{nm}$  d'épaisseur), la particule primaire ( $\sim 10$  feuillets empilés) et l'agrégat (de 1 à  $10\ \mu\text{m}$ ). Pour la bentonite, l'organisation de l'agrégat est en "paquets de cartes bousculés" formant des espaces poreux (figure 2.1b). Cette structure emmêlée confère au matériau la propriété d'être flexible et "résistant". Ce fluide manifeste par ailleurs un comportement thixotrope, il est le fluide modèle le plus couramment choisi pour l'étude de cette propriété. En comparaison, le kaolin présente une aggrégation de type empilement faces contre faces de particules, d'où sa caractéristique de matériau "cassant" (figure 2.1c). Laisser au repos trop longtemps, les suspensions de kaolin ont tendance à se démixer par sédimentation des particules. À la différence du Carbopol, l'interaction entre les particules argileuse est attractive. Au-delà d'une certaine concentration, les particules s'organisent à longue distance et il faut appliquer une contrainte seuil pour briser ce "squelette" et provoquer l'écoulement.

La bentonite (distribuée par VWR Prolabo) et le kaolin (provenant de la carrière de kaolin Ploemeur dans le Morbihan) se présentent sous forme de poudre brune pour la bentonite, et blanche pour le kaolin. Nous avons utilisé deux solutions de bentonite concentrées à 13 wt% et 15 wt% et deux solutions de kaolin à 51 wt% et 55 wt%. Pour les préparer, nous avons simplement mélanger la poudre à la quantité voulue d'eau distillée en mélangeant à l'aide d'un malaxeur (700 tours/min) pendant une journée. Les préparations doivent reposer à l'abri de l'air pendant au moins trois jours avant leur utilisation, afin de s'assurer de la bonne prise des argiles liées par l'eau. Contrairement au Carbopol qui est relativement stable, les solutions d'argile vieillissent dans le temps. Il faut donc prendre des précautions pour avoir des expériences reproductibles, dont le protocole est donné plus loin.

## 2.1.2 Caractérisation rhéologique

### 2.1.2.1 Rhéomètre cône/plan

Nous avons caractérisé les propriétés rhéologiques du Carbopol et des argiles à l'aide d'un rhéomètre à contrainte imposée Anton Paar MCR 501 muni d'une géométrie cône/plan. Le principe est présenté sur la figure 2.2a. Le fluide (qq ml) est confiné entre un plan et un cône de rayon  $R$  et faisant un angle faible  $\alpha$  avec l'horizontale. On appelle  $\Gamma$  le couple qui s'exerce sur le cône et  $\varphi(t)$  son déplacement angulaire. En faisant l'hypothèse que la déformation du fluide est homogène dans l'épaisseur, la déformation et le taux de déformation sont donnés par :

$$\gamma = x\varphi(t)/h(x) = \varphi(t)/\tan\alpha \quad \dot{\gamma} = \dot{\varphi}(t)/\tan\alpha. \quad (2.1)$$

On constate que la dépendance linéaire de l'épaisseur avec la distance dans la géométrie cône/plan permet d'avoir une déformation homogène dans tous l'échantillon, indépendante de  $x$ . On peut alors supposer que la contrainte tangentielle locale  $\tau$  est également constante dans l'échantillon et reliée au couple par :

$$\tau = \frac{3\Gamma}{2\pi R^3}. \quad (2.2)$$

Ces relations permettent au rhéomètre de relier la contrainte appliquée aux déformations et taux de déformations du fluide, une fois mesuré le couple et l'angle.

Pour limiter au maximum les problèmes de glissement aux parois fréquemment rencontrés avec les fluides à seuil ([Magnin & Piau 1990]), nous avons utilisé un outil de surface légèrement rugueuse ( $\sim 1 \mu m$ ). De plus, l'évaporation pendant les essais est évitée en plaçant le système de mesure "sous cloche" dans une atmosphère saturée en vapeur d'eau (figure 2.2.b). Enfin, pour s'assurer de la reproductibilité de l'état initial de chaque test (primordial pour les argiles), nous avons systématiquement effectué un précisaillement de  $\dot{\gamma} = 20 \text{ s}^{-1}$  pendant 10 s et  $\dot{\gamma} = -20 \text{ s}^{-1}$  pendant 10 s.

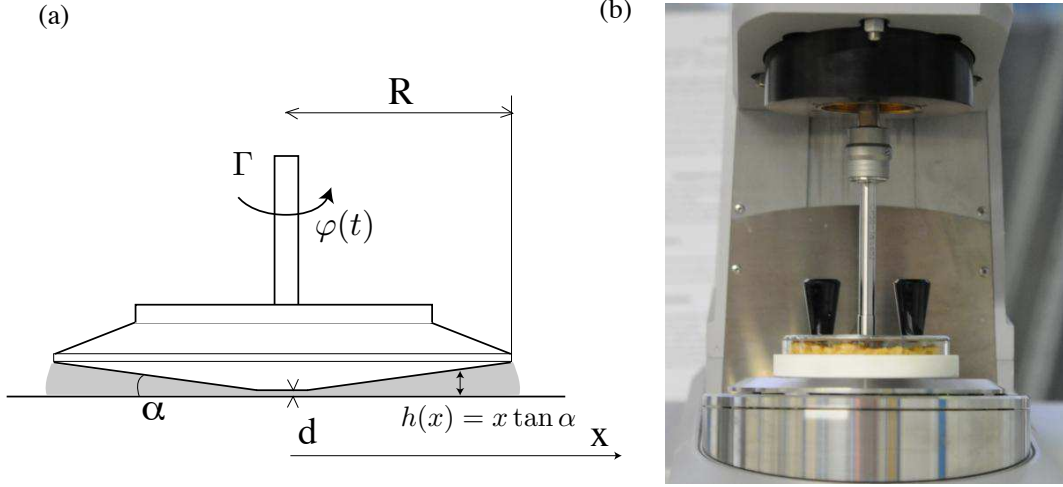


FIGURE 2.2 – (a) Outil cône-plan (Anton-Paar CP50-1/S) utilisé pour caractériser la rhéologie des fluides à seuil ( $R = 49.963$  mm,  $\alpha = 0.999^\circ$  et  $d = 51$   $\mu\text{m}$ ). (b) Vue d’ensemble du rhéomètre Anton-Paar MCR 501 et du cône/plan. Une chambre étanche contenant une éponge saturée d’eau permet d’éviter l’évaporation de l’échantillon lors des mesures.

### 2.1.2.2 Régime oscillant : élasticité sous le seuil

Nous avons tout d’abord caractérisé les propriétés élastiques des fluides sous le seuil d’écoulement. Pour cela, un petit cisaillement sinusoïdal est appliqué à l’échantillon,  $\gamma = \gamma_0 \cos(\omega t)$ . En supposant la réponse du fluide linéaire, on peut écrire que la contrainte est reliée à la déformation selon (en notation complexe) :  $\tau^* = G^*(\omega)\gamma^*$ , où  $G^*(\omega)$  est un module complexe :  $G^*(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega)$ . La réponse en phase (ou module de conservation)  $G'$  est relié à l’élasticité du milieu (pour un solide élastique simple, on a  $G' = G$ , où  $G$  est le module élastique de cisaillement et  $G'' = 0$ ). La réponse en quadrature de phase (ou module de perte)  $G''$  est reliée à la dissipation (pour un fluide visqueux simple, on a :  $G'' = \omega\eta$  et  $G' = 0$ ).

La figure 2.3 présente l’évolution du module de conservation  $G'$  et de perte  $G''$  pour les trois fluides à seuil étudiés en fonction de l’amplitude d’oscillation  $\gamma_0$  (de 0.01% à 100%) pour une fréquence d’oscillation de 1 Hz. Sauf pour le kaolin, on constate que les modules forment un plateau et sont relativement constant aux faibles déformations. Au-delà d’une déformation critique, le module de conservation chute et la module de perte augmente brutalement, signe que le fluide à quitter le régime “solide”. Sous le seuil, la valeur des modules est faiblement dépendante de la fréquence comme le montre la figure 2.4. Par exemple, la module du Carbopol ne varie que de 20% sur deux décades en fréquence (0.1-10 Hz). Il



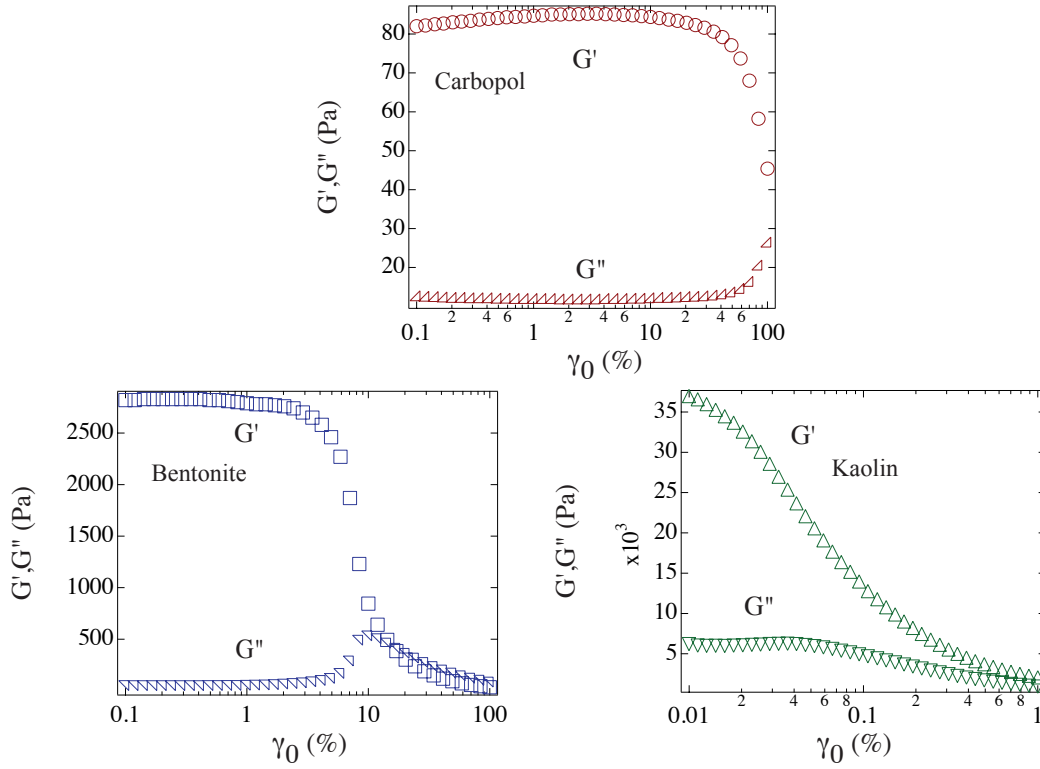


FIGURE 2.3 – Modules de conservation  $G'$  et de perte  $G''$  en fonction de l'amplitude de déformation  $\gamma_0$  pour une fréquence constante de 1 Hz. Carbopol 1wt% (rond), bentonite 15 wt% (carré) et kaolin 51 wt% (triangle).

est intéressant de noter que dans le régime “solide”, le module de conservation (associé au caractère élastique) est de 3 à 40 fois plus grand que le module de perte. On pourra donc en première approximation négliger ces pertes et supposer que les fluides se comporte comme un solide de Hooke sous le seuil  $\tau = G\gamma$ , avec  $G$  le module de cisaillement élastique. En pratique, nous définirons le module élastique  $G$  comme le module  $G'$  mesuré à une fréquence de 1 Hz et une déformation de 1% (Carbopol), 0.1% (bentonite) et 0.01% (kaolin). Les valeurs mesurées pour les différents fluides et concentrations sont rassemblées à la table 2.1. Pour un matériau mou comme le Carbopol, le module élastique de cisaillement  $G$  est de l'ordre de 10 à 100 Pa, pour les argiles rigides, on mesure des valeurs de l'ordre de  $10^3$  à  $10^5$  Pa. La déformation critique est atteinte quand la contrainte élastique vaut la contrainte seuil, elle s'exprime comme :  $\gamma_c = \tau_c/G$ , où  $\tau_c$  est la contrainte seuil. D'après les grandeurs mesurées, on prédit que le Carbopol peut subir entre 10 – 30% de déformation avant de couler, alors que la transition s'effectue vers 3% pour la bentonite et en-dessous de 0.1% pour le kaolin. Ces valeurs sont compatibles avec les déformations correspondantes à la fin du plateau en  $G'$  et  $G''$  sur les figures 2.3.



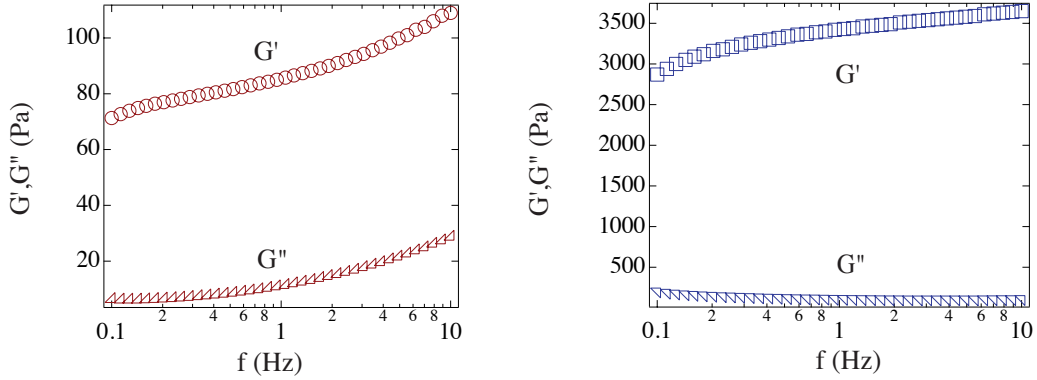


FIGURE 2.4 – Modules de conservation  $G'$  et de perte  $G''$  en fonction de la fréquence  $f$  pour une amplitude de déformation fixe 1%. Carbopol 1wt% (rond), bentonite 15 wt% (carré).

### 2.1.2.3 Régime stationnaire : loi d'écoulement

Une fois caractérisé l'élasticité des fluides sous le seuil, nous avons mesuré au rhéomètre leur loi de comportement en régime d'écoulement stationnaire. Pour cela, une rampe croissante de taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  de  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  à  $10^3 \text{ s}^{-1}$  est d'abord appliquée par pallier au fluide, suivi d'une rampe décroissante symétrique. La contrainte  $\tau$  est mesurée en fonction du taux de cisaillement lors de cette phase décroissante et moyennée durant chaque pallier (de durée 100 s).

Les figures 2.5a et b montrent les courbes contrainte/taux de cisaillement typiques pour le Carbopol et les argiles de bentonite et de kaolin. On constate que pour tous les fluides, il existe bien un seuil en contrainte quand  $\dot{\gamma}$  tend vers 0. Au-dessus du seuil, les fluides manifestent un comportement rhéofluidifiant : plus le taux de cisaillement augmente et plus la viscosité, qui est la dérivée de la courbe, diminue. Les courbes sont relativement bien ajustées par une rhéologie non linéaire de type Herschel-Bulkley (voir chapitre 1, 1.2.2) :

$$\tau = \tau_c + K\dot{\gamma}^n, \quad (2.3)$$

où  $\tau_c$  est la contrainte seuil (Pa),  $K$  la « consistance » ( $\text{Pa.s}^n$ ) et  $n$  un paramètre sans dimension. Pour la bentonite, l'ajustement est moins bon, en particulier aux faibles taux de cisaillement où l'on observe même une remontée de la contrainte. En fait, dans le cas de la bentonite, il existe une forte hystérésis de la courbe contrainte/déformation lors de l'aller-retour en taux de cisaillement (figure 2.5c). La boucle d'hystérésis est liée au caractère thixotrope de cette argile. Lors de la décharge progressive, les contraintes mesurées sont plus faibles à cause du rajeunissement crée par l'écoulement. Aux faibles cisaillements, la remontée de la contrainte provient sans doute de l'apparition d'inhomogénéités dans l'échantillon comme nous l'avons

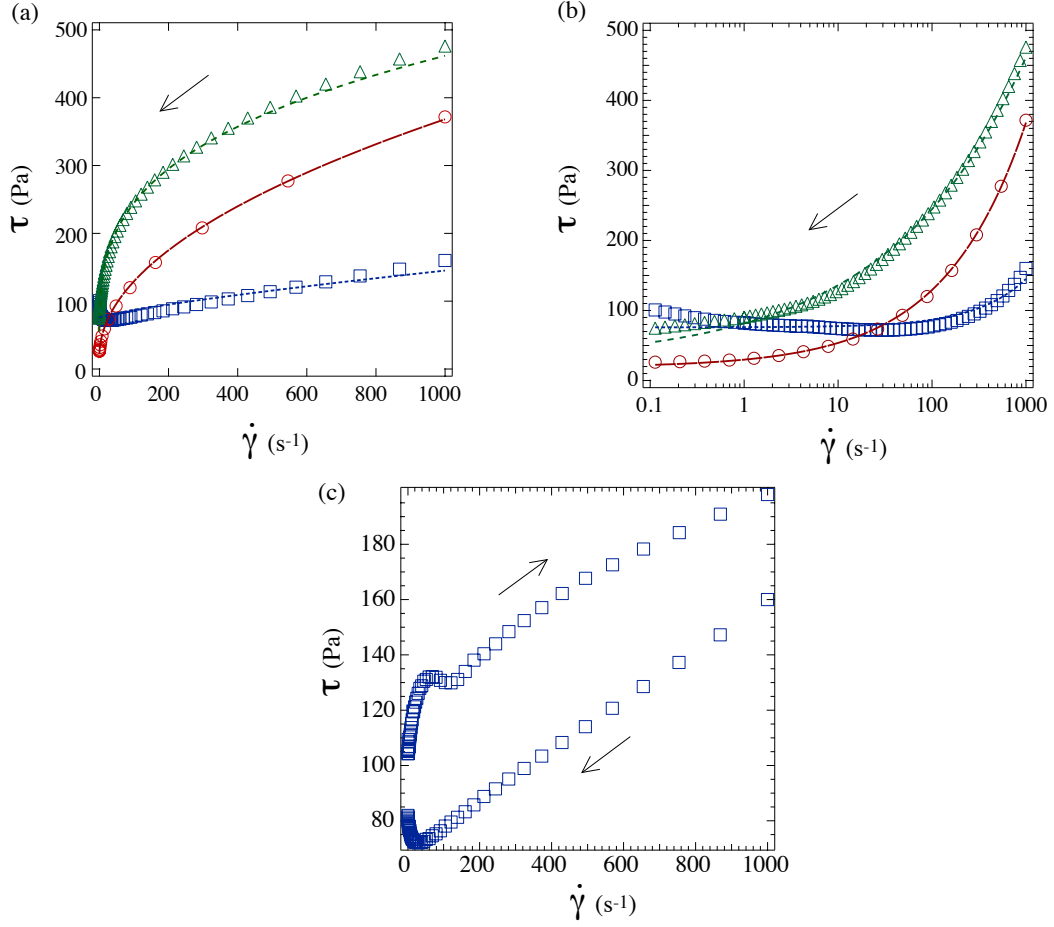


FIGURE 2.5 – Relation contrainte/taux de déformation en régime stationnaire pour le Carbopol 1wt% (rond), la bentonite 13 wt% (carré) et le kaolin 51 wt% (triangle) en échelle lin/lin (a) et log/lin (b), mesurée pour une rampe descendante de taux de cisaillement. La courbe (c) montre la forte hystérésis de la courbe contrainte/taux de déformation dans le cas de la bentonite entre la montée et la descente en taux de cisaillement (indiquées par les flèches). Les traits pointillés correspondent à l'ajustement avec une loi de Hershel-Bulkley.

discuté dans l'introduction (bandes de cisaillement), qui se manifestent en dessous d'un taux de cisaillement critique.

Pour déterminer les paramètres de la loi d'Herschel-Bulkley, nous avons d'abord fixé un même exposant  $n$  pour chaque type de fluide ( $n = 0.5$  pour le Carbopol,  $n = 0.96$  pour la bentonite et  $n = 0.36$  pour le kaolin), puis ajusté les données par un fit non linéaire pour trouver  $\tau_c$  et  $K$ . Les données sont rassemblées dans le tableau 2.1. Comme attendu, la contrainte seuil et la consistance augmentent avec la concentration des fluides. On parcourt

une gamme de contraintes seuil de l'ordre de 1 à 100 Pa. Pour un même taux de cisaillement, le Carbopol et le kaolin sont plus “visqueux” que la bentonite. Pour une vitesse d'impact de l'ordre de  $V_0 = 1 \text{ m.s}^{-1}$  et une taille de goutte d'environ  $L_0 = 1 \text{ cm}$ , on peut considérer un taux de cisaillement de  $\dot{\gamma} = V_0/L_0 \sim 100 \text{ s}^{-1}$  ce qui donne des viscosités apparente  $\tau/\dot{\gamma}$  de l'ordre de quelques Pa.s pour le Carbopol et le kaolin et de l'ordre de quelques 0.1 Pa.s pour la bentonite. Il est important de rappeler que la bentonite est un système thixotrope qui est sensible à son histoire (hystérésis de la courbe d'écoulement). La détermination de ces paramètres rhéologiques a été effectuée avec précaution en imposant systématiquement le même précisaillement ( $\dot{\gamma} = 10^3 \text{ s}^{-1}$  durant 20 s). Les incertitudes relevées pour l'ensemble des paramètres sont proches de 10% et proviennent en grande partie de la nature même des fluides et de la préparation.

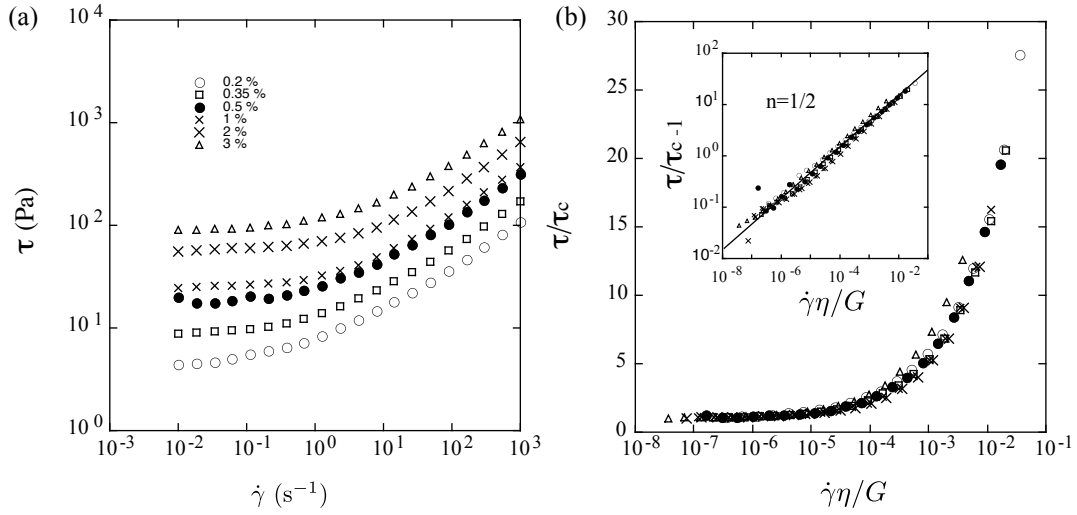


FIGURE 2.6 – (a) Rhéologie stationnaire du Carbopol pour différentes concentration en masse. (b) Même données lorsque le taux de cisaillement est adimensionné en utilisant la viscosité de l’eau et le module élastique de chaque fluide.

Pour conclure cette partie, il est intéressant de remarquer que les courbes rhéologique des solutions de Carbopol mesurées à différentes concentrations (de 0.2 wt% à 3 wt%) se rassemblent toutes quand on trace  $\tau/\tau_c$  en fonction du taux de cisaillement adimensionnée  $(\eta\dot{\gamma})/G$ , où  $G$  est le module élastique mesuré pour chaque solution (table 2.1) et  $\eta$  la viscosité du fluide suspandant (ici l’eau) (figure 2.6). Notons que la solution de Carbopol à 3 wt% présente un léger écart avec la courbe maîtresse. L’inhomogénéité engendrée par la formation de bulles d’air lors de la délicate fabrication de cette solution très concentrée peut être une explication à cette incertitude. On trouve une loi de puissance  $n = 1/2$  très robuste sur plusieurs décades (figure 2.6b insert). Ces résultats sur le Carbopol sont à rapprocher des expériences de Michel Cloître sur des micro-gels et des émulsions qui donnent les mêmes lois

Fluide	wt %	$G$ (Pa)	$K$ (Pa.s <sup><math>n</math></sup> )	$n$	$\tau_c$ (Pa)	$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )
Carbopol						
c1	0.2	28	3.2	0.5	3.9	1015
c2	0.35	47	5.1	0.5	8.4	1015
c3	0.35	47	4	0.5	8.1	1015
c4	0.5	46	8.9	0.5	7.5	1015
c5	0.5	53	6.4	0.5	9.3	1015
c6	0.5	61	8	0.5	8	1015
c7	1	70	8.7	0.5	16	1015
c8	1	85	1	0.5	24	1015
c9	1	120	14.6	0.5	26.7	1015
c10	2	134	17.3	0.5	44.7	1015
c11	2	135	18	0.5	52	1015
c12	3	270	32	0.5	92	1015
Bentonite						
b1	13	2400	0.12	0.96	68	1090
b2	15	3800	0.16	0.96	124	1090
Kaolin						
k1	51	3.7.10 <sup>4</sup>	36	0.36	50	1630
k2	55	2.10 <sup>5</sup>	68	0.36	91	1630

TABLE 2.1 – Propriétés élastiques et rhéologiques des fluides à seuil utilisés.

de puissance ([Cloitre *et al.* 2003]). Nous avons vu dans l’introduction que pour des fluides à seuil formés de suspensions de particules molles et dominés par des interactions répulsives, le temps  $\eta/G$  pouvait être vu comme un temps typique de réarrangement des particules sous l’effet des contraintes élastiques et de la viscosité. Le fait que nous trouvions les même lois d’échelle pour le Carbopol est une indication indirecte de la micro-structure “micro-gel” que l’on attribue à ce matériau.

Dans toute la suite de la thèse, nous analyserons les expériences d’impact à l’aide des propriétés élastiques et rhéologiques rassemblées dans la table 2.1. Il n’est bien sûr pas évident que pour de tels fluides complexes, ces propriétés mesurées en cisaillement simple soient suffisantes pour décrire des écoulements mélangeant cisaillement et élongation comme lors de l’impact de gouttes. De plus, nous avons vu que la rhéologie de ces matériaux présentait d’autres caractéristiques comme du vieillissement, du fluage, etc ([Pignon, Magnin & Piau 1997], [Piau 2007]). Nous verrons cependant que ces propriétés élastiques et viscoplastique que nous avons mesurés sont en grande partie suffisante pour décrire qualitativement (et parfois quantitativement) nos expériences.

## 2.2 Dispositif expérimental d'impact

Nous présentons ici le dispositif utilisé pour générer les gouttes et visualiser leur impact, en nous limitant au cas des impacts sur une surface rigide. Les expériences spécifiques mis au point pour étudier les impacts sur fond meubles (cuve, micro-gravité, PIV) seront détaillées dans le chapitre 5.

### 2.2.1 Descriptif général

Le schéma du dispositif expérimental d'impact est présenté sur la figure 2.7. Les gouttes sont lentement extrudées d'un pousse seringue et tombent sous leur propre poids d'une hauteur par rapport à la surface d'impact allant de 10 cm à 1.50 m. Cela correspond à des vitesses d'impact  $V_0$  comprises entre  $0.3 \text{ m.s}^{-1}$  et  $6 \text{ m.s}^{-1}$ . La dynamique d'étalement est visualisée à l'aide d'une caméra rapide (Photron Fastcam APX RS, 5000 images/s, 512 x 1024 pixels) munie d'un zoom macro (Sigma 24-70 mm 1 :2.8 EX DG) située à environ 2 m de l'impact. Un écran lumineux LED est positionné au-dessus des impacts et un spot puissant de 500 W éclaire de derrière à travers du papier calque qui diffuse et homogénéise la lumière reçue par la caméra. Afin d'obtenir une vue de profil et de dessus durant l'impact, un miroir à  $45^\circ$  est placé en dessous de la plaque. Une image typique obtenue par ce dispositif d'une goutte de Carbopol en train de s'étaler sur une surface de verre est montrée sur la figure 2.7. Le très bon contraste permet de mesurer avec précision le diamètre  $L(t)$  de la goutte à chaque instant en mesurant l'aire du disque  $A(t)$  que forme la goutte vue de dessus, selon :  $L(t) = \sqrt{4A(t)/\pi}$  (l'aire est mesurée par seuillage à l'aide de la fonction *Analyse Particles* du logiciel *ImageJ*). Lorsque les surfaces d'impact ne permettent pas la transmission de la lumière (surface rugueuse en papier de verre), la dynamique est suivie de profil.

### 2.2.2 Formation des gouttes

Un paramètre important de la dynamique d'impact est la taille (ou le volume) de la goutte. Pour former les gouttes de façon contrôlée, nous avons utilisé un pousse-seringue dont on peut régler la vitesse de poussée (figure 2.8.a). La seringue est coupée en son bout afin d'avoir un simple tube. Pour la remplir, on aspire le fluide puis l'on racle le bout. Le fluide est ensuite extrudé avec une vitesse de poussée de  $1 \text{ mm.s}^{-1}$ . La figure 2.8b montre une goutte de carbopol 1 wt% ainsi créée et tombant sous son propre poids. On constate que la goutte a une forme de bouteille et n'est pas sphérique, contrairement à ce que l'on observe avec des fluides newtoniens. Cela provient du fait que la capillarité est ici trop faible devant l'élasticité et la contrainte seuil du fluide pour minimiser la surface. En effet, il faut ici comparer la pression capillaire typique dans la goutte,  $\sigma/L_0$  au module élastique  $G$  et à la contrainte seuil  $\tau_c$ . En prenant une tension de surface pour le Carbopol égale à celle de

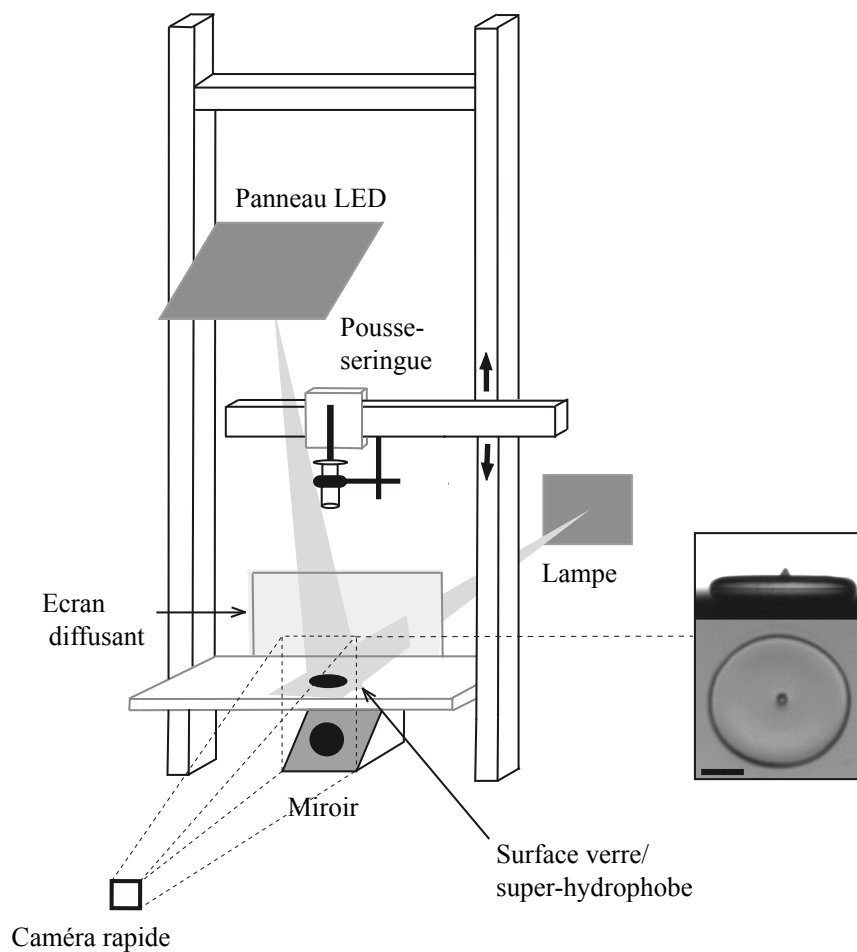


FIGURE 2.7 – Schéma du dispositif expérimental d'impact sur surface rigide. La photo montre la vue simultanée de profil et de dessus lors de l'étalement d'une goutte de carbopol sur du verre (barre d'échelle : 12 mm).

l'eau\*,  $\sigma \sim 70 \cdot 10^{-3}$  N/m, et avec  $G \sim 80$  Pa et  $\tau_c \sim 20$  Pa, on trouve que la tension de surface est négligeable dès que la goutte est plus grande que 1 mm, ce qui est le cas ici.

Dans notre cas, la taille des gouttes n'est donc pas contrôlée par la capillarité mais par la contrainte seuil du milieu. Plus précisément, la goutte se détache quand son poids est égal à la contrainte seuil multipliée par la surface de la seringue :  $mg \sim \tau_c \pi D^2/4$ . En considérant que la goutte est un cylindre de diamètre  $D$ , la hauteur de la goutte est donc :

$$H \sim \tau_c / \rho g, \quad (2.4)$$

---

\*. Nous n'avons pas mesuré cette tension de surface directement, les méthodes usuelles n'étant pas applicables à ces fluides complexes élastiques et de forte contrainte seuil. Des mesures récentes dans des gels d'agar par des mesures spectrométriques de surface confirme que la tension de surface de ces gels aqueux est très proche de celle de l'eau ([Yoshitake *et al.* 2008])

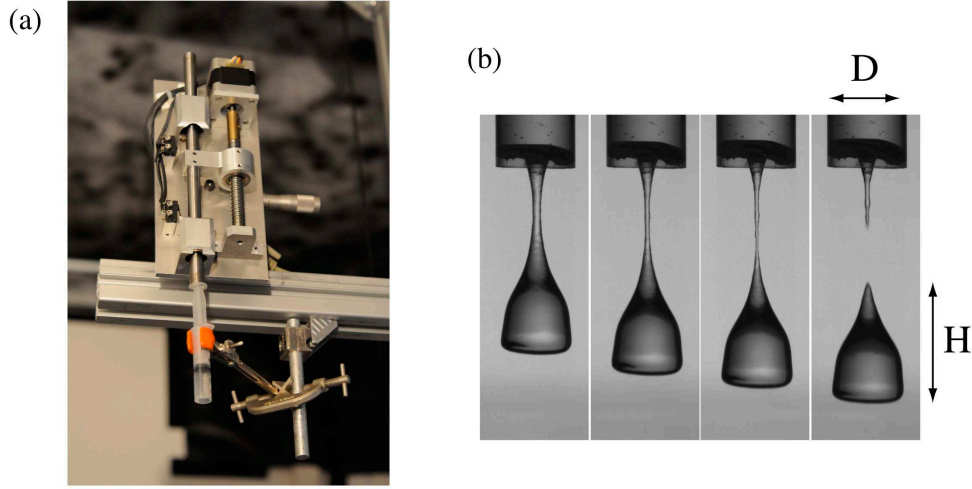


FIGURE 2.8 – (a) Photo du pousse-seringue avec une seringue coupée de diamètre  $D = 12$  mm. (b) Formation d’une goutte de Carbopol 1 wt%.

indépendante du diamètre de la seringue<sup>\*</sup>. Expérimentalement, on trouve plutôt  $H \sim 2\tau_c/\rho g$ , le coefficient étant un facteur de forme provenant du fait que la goutte n’est pas cylindrique mais pincée à son sommet. Par la suite, la taille  $L_0$  des gouttes sera définie à partir de la mesure de leur masse  $m$ ,  $L_0$  étant définie comme le diamètre de la sphère de même volume que la goutte :

$$L_0 \equiv \left( \frac{6m}{\pi\rho} \right)^{1/3}. \quad (2.5)$$

La taille  $L_0$  est moyennée sur 20 gouttes, les écarts types étant de l’ordre de 10% pour le Carbopol et 5% pour les argiles. Cette grandeur reliée au volume de la goutte ne donne cependant pas d’information sur sa forme. Dans toutes les expériences, le diamètre  $D$  de la seringue a été ajustée de sorte que le rapport d’aspect  $L_0/D$  soit proche de 1. Les diamètres  $D$  et tailles de goutte  $L_0$  varient de 8 mm à 27 mm selon les fluides. En pratique, chaque expérience d’impact à une vitesse et une taille de goutte données est répétée au moins sur trois lâchés indépendants.

Notons que dans le cas des gouttes de bentonite, qui est un matériau fortement thixotrope, un protocole particulier doit être adopté pour avoir des gouttes et des mesures reproductibles. La suspension est initialement cisailée (700 tours/min) de manière continue, afin de maintenir un mélange homogène et un fluide à l’état “déstructuré”. Avant chaque impact, on arrête l’agitation pendant 1 minute. On relance alors le chronomètre pour 1 minute. Durant ce temps, il faut remplir la seringue et la placer dans le dispositif, pour pouvoir, au bout de cette durée, démarrer le pousse-seringue. Par cette méthode, la bentonite est dans le même

\*. En réalité, ce raisonnement n’est valable que pour une vitesse de poussée de la seringue tendant vers zéro ([Gaulard & Coussot 2005])

état de structure à chaque lâcher.

### 2.2.3 Surfaces d'impact

Nous avons vu dans l'introduction que la dynamique d'impact d'une goutte sur un substrat rigide est en général fortement dépendante de l'état de surface de celui-ci (propriétés de mouillage, rugosité, etc). Une question importante dans notre étude est dans quelle mesure cela reste vrai pour les impacts de fluides présentant un seuil d'écoulement. Nous verrons dans le chapitre suivant comment l'utilisation de surfaces hydrophobes nous a permis de mettre en lumière certains mécanismes lors de l'étalement. Nous décrirons également au chapitre 4 un phénomène particulier contrôlé en partie par la rugosité des surfaces d'impact.

Nous avons utilisé dans les expériences 3 types de surfaces différentes : une lisse et partiellement mouillante (le verre) et des surfaces rugueuses aléatoires, soient partiellement mouillantes (papier de verre Wolfcraft), soient super-hydrophobes. Les surfaces super-hydrophobes sont préparées de deux manières. Dans un premier temps, nous avons obtenu ces surfaces en collant du sable hydrophobe sur une surface de verre avec de la bande adhésive double face. Le sable en question est acheté dans le commerce (*Magic Sand*, fourni par Educational Innovation, que l'on trouve également dans les rayons de jouets). Ses propriétés hydrophobes sont remarquables et permettent par exemple de former des châteaux de sable sous l'eau en piégeant de l'air entre les grains. Le sable a été tamisé pour obtenir des diamètres de grains entre  $180\text{ }\mu\text{m}$  et  $250\text{ }\mu\text{m}$ . Par la suite, nous avons trouvé un moyen plus simple et plus rapide de fabriquer des surfaces à la fois rugueuses et hydrophobes en traitant à l'aide d'une bombe téflon les surfaces rugueuses en papier de verre (imperméabilisant chaussure Starwax). On obtient ainsi des surfaces hydrophobes ou non dont la rugosité varie de  $15\text{ }\mu\text{m}$  à  $425\text{ }\mu\text{m}$ .

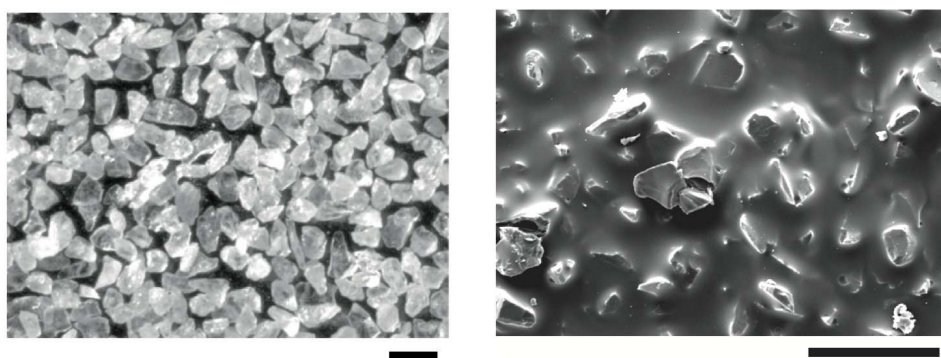


FIGURE 2.9 – (a) Image au microscope optique du sable hydrophobe collé à une plaque en verre. (b) Image au MEB (microscope à balayage électronique) d'une surface recouverte de papier de verre P120 (Wolfcraft). L'échelle spatiale indique  $0.4\text{ mm}$ .



La figure 2.9 affiche les images d'une surface type recouverte de sable hydrophobe (prise au microscope optique) et de papier de verre (prise au MEB). La forme des grains de *Magic sand* est allongée. Le collage d'une monocouche de grains est très difficile à obtenir, nous avons plutôt la superposition de quelques tailles de grains. Le papier de verre est fabriqué à partir de la fixation de particules abrasives (silex, grenat, alumine...) de tailles et de formes différentes. Les particules sont très anguleuses. Le procédé de collage ne permet pas non plus d'obtenir une monocouche et la colle recouvre parfois les grains. Afin de caractériser plus précisément la topographie de ces surfaces, nous avons utilisé un profilomètre optique (Veeco) gracieusement mis à notre disposition par le laboratoire de microfluidique MMN de l'ESPCI. Ce dispositif permet de mesurer différentes grandeurs statistiques pour une surface aléatoire, parmi lesquelles nous retiendrons :

- La hauteur quadratique moyenne  $R_q$  :

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i^2},$$

où  $N$  est le nombre de points de mesure et  $Z_i$  la hauteur de la surface mesurée par rapport au niveau moyen de la surface défini par :  $\sum_{i=1}^N Z_i = 0$ .

- La distance moyenne entre deux sommets  $S_m$  :

$$S_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i,$$

où  $S_i$  est la distance entre deux "sommets". Un sommet est défini comme le point le plus haut du profil entre deux franchissements du niveau moyen de la surface, un franchissement vers le haut (d'un point en dessous du niveau moyen vers un point au dessus) et un franchissement vers le bas.

La table 2.2 rassemble les valeurs mesurées. Comme attendu, la hauteur quadratique moyenne  $R_q$  et la distance entre sommet  $S_m$  augmentent avec la taille des grains collés sur la surface. Par contre, il y a un rapport de 2 à 4.4 entre  $d$  et  $R_q$  et un rapport de 1 à 3 entre  $d$  et  $S_m$ .

Pour finir, nous avons caractérisé les propriétés de mouillage de nos surfaces en déposant lentement un goutte d'eau distillée sur la surface et en estimant l'angle de contact statique  $\theta$ . Cette mesure est délicate pour les angles dépassant  $130^\circ$ . D'une part, il faut prendre en compte la rugosité macroscopique des surfaces pour repérer la ligne de référence qui sert à mesurer l'angle. D'autre part, l'espace entre la goutte et le solide devient faible quand l'angle augmente, ce qui assombrit la zone de mesure. De ce fait, la tendance est plutôt à la sous-évaluation de l'angle réel. Les angles mesurés sont reportés dans la table 2.2. Sans traitement hydrophobe, on remarque que les angles de contact statique des papiers de verre diminuent quand la rugosité augmente de  $80^\circ$  à  $40^\circ$ . Avec un traitement hydrophobe, l'angle de contact augmente radicalement et se situe autour de  $130^\circ$  quelque soit la rugosité. On peut supposer que la répulsion hydrophobe empêche la goutte de pénétrer entre les grains.

Elle se pose donc sur le haut des aspérités, ce qui lui confère un angle de contact important. En particulier, la surface recouverte de *Magic sand* peut être qualifiée de super-hydrophobe avec un angle au moins supérieur à  $150^\circ$  (figure 2.10).

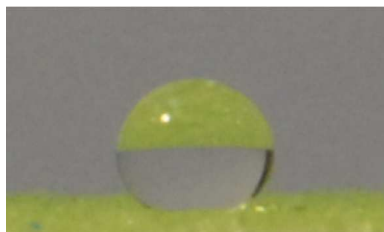


FIGURE 2.10 – Goutte d’eau distillée posée sur une surface recouverte de sable hydrophobe tamisé à  $d = 222 \mu m$

Surface	$d (\mu m)$	$R_q (\mu m)$	$S_m (\mu m)$	$\theta_h (^\circ)$	$\theta (^\circ)$
papier de verre					
P40	425	96	147	135	56
P60	269	51	147	126	37
P80	201	64	110	128	70
P120	125	46	93	128	72
P240	59	25	52	129	78
P400	35	21	50	134	73
P800	22	14	22	138	73
P1000	18	10	13	145	77
P1200	15	7	15	133	81
<i>Magic Sand</i>	222	56	115	150	-
verre	-	-	-	118	48

TABLE 2.2 – Caractérisation des surfaces :  $d$  la taille des grains  $R_q$  la hauteur quadratique moyenne,  $S_m$  la distance de pic à pic,  $\theta_h$  l’angle statique d’une goutte d’eau sur la surface traitée hydrophobe et  $\theta$  sur la surface non traitée.

## Chapitre 3

# Impact sur une surface solide : rôle de l'élasticité à temps court

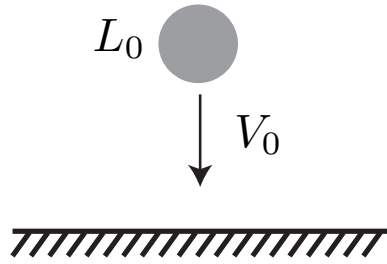


FIGURE 3.1 – Impact sur une surface rigide.

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de notre étude de l'impact d'une goutte de fluides à seuil sur une surface rigide, mouillante ou super-hydrophobe. Quelles sont les régimes d'impact par rapport aux fluides newtoniens ? Quel est le rôle de la surface d'impact (mouillante, super-hydrophobe) ? Nous abordons ces questions par un problème simple et pratique : la taille maximale de la goutte lors de l'impact en fonction de sa taille, sa vitesse initiale et des propriétés rhéologiques du fluide. Plusieurs différences sont attendues par rapport au cas d'une goutte de fluide newtonien. Tout d'abord, aux très faibles vitesses d'impact, tant que la contrainte seuil n'est pas dépassée, la goutte doit se comporter comme un solide élastique ([[Tanaka et al. 2003](#)]). Au-dessus du seuil en revanche, on s'attend à une dissipation viscoplastique de l'énergie cinétique initiale avec de nouvelles lois d'échelle pour l'étalement. Enfin, l'existence d'une contrainte seuil devrait fortement modifier les propriétés de dépôt de la goutte sur des surfaces super-hydrophobes. Peut-on enduire ces surfaces de manière permanente, comme l'a observé Nigen ([[Nigen 2005](#)]) ?

Ce chapitre résume les principales observations et résultats contenus dans l'article “Drop

impact of yield-stress fluids” publié dans *Journal of Fluid Mechanics* ([Luu & Forterre 2009]), dont la copie est donnée en fin de chapitre, agrémenté de quelques données et commentaires supplémentaires. Nous commençons par présenter les expériences puis développons un modèle d’étalement inertiel simple permettant de décrire avec une unique loi de comportement rhéologique les différents régimes d’impact observés. Les caractéristiques rhéologiques et géométriques des fluides à seuil et gouttes utilisés dans ce chapitre sont rassemblées à la table 3.1.

Fluide	wt %	$G$ (Pa)	$K$ (Pa.s <sup><math>n</math></sup> )	$n$	$\tau_c$ (Pa)	$L_0$ (mm)	$D$ (mm)
Carbopol							
c1	0.2	28	3.2	0.5	3.9	7.6	8
c2	0.35	47	5.1	0.5	8.4	8	8
c6	0.5	61	8	0.5	8	8.7	8
c8	1	85	1	0.5	24	12	12
c11	2	135	18	0.5	52	17.5	17
c12	3	270	32	0.5	92	25	27
Bentonite							
b1	13	2400	0.12	0.96	68	16	14
b2	15	3800	0.16	0.96	124	29.5	27
Kaolin							
k1	51	$3.7 \cdot 10^4$	36	0.36	50	20	20
k2	55	$2 \cdot 10^5$	68	0.36	91	26.5	27

TABLE 3.1 – Caractéristiques des gouttes de fluides utilisés. La numérotation des solutions de Carbopol est donnée par rapport à l’ensemble de tous les fluides étudiés (voir table 2.1).

### 3.1 Observations préliminaires sur le verre

La figure 3.2 montre une séquence type d’impact d’une goutte de bentonite et de Carbopol sur une surface de verre pour une vitesse d’impact  $V_0 = 2$  m/s. Dans les deux cas, la goutte s’étale radialement pour former un disque qui recouvre la surface de manière irréversible. Dans cette gamme de vitesse, on n’observe ni propagation d’onde capillaire sur la surface libre, ni instabilité de digitation le long de la ligne de contact. On remarque la persistance du pic de la goutte initiale durant tout l’étalement. Cette morphologie particulière conduit à distinguer deux régions au cours de l’étalement : une première (au centre) non-déformée, où la contrainte seuil n’est pas atteinte, et une seconde (autour du centre) qui s’écoule au-dessus du seuil. Pour un rapport entre la vitesse d’impact  $V_0$  et la taille de la goutte  $L_0$  assez grand, le fluide parvient à s’écouler jusqu’au centre durant l’étalement et le pic finit par disparaître.

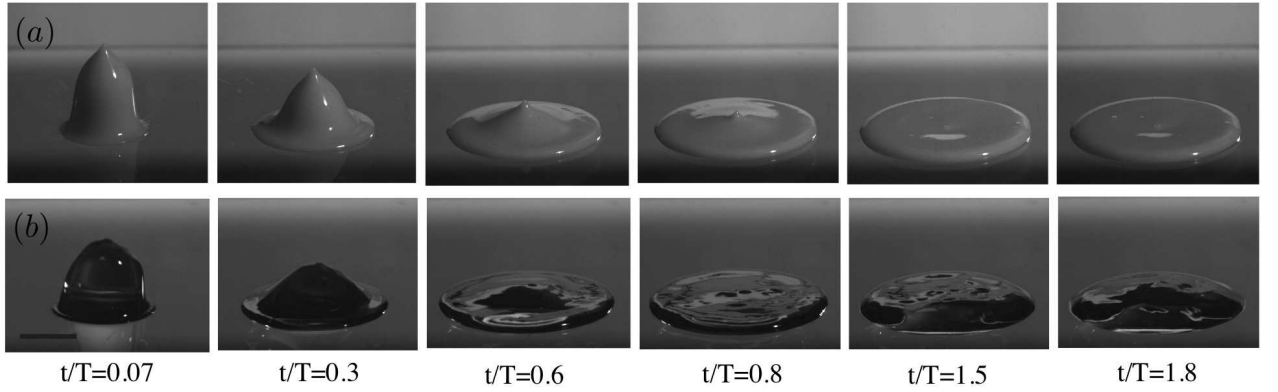


FIGURE 3.2 – Impact sur une surface en verre d’une goutte (a) de bentonite 13 *wt%* (b) de Carbopol 1 *wt%*, à une vitesse d’impact de  $V_0 = 2 \text{ m.s}^{-1}$ . L’échelle de temps est adimensionnée par le temps d’impact  $T = L_0/V_0$  et l’échelle spatiale indique 1 cm.

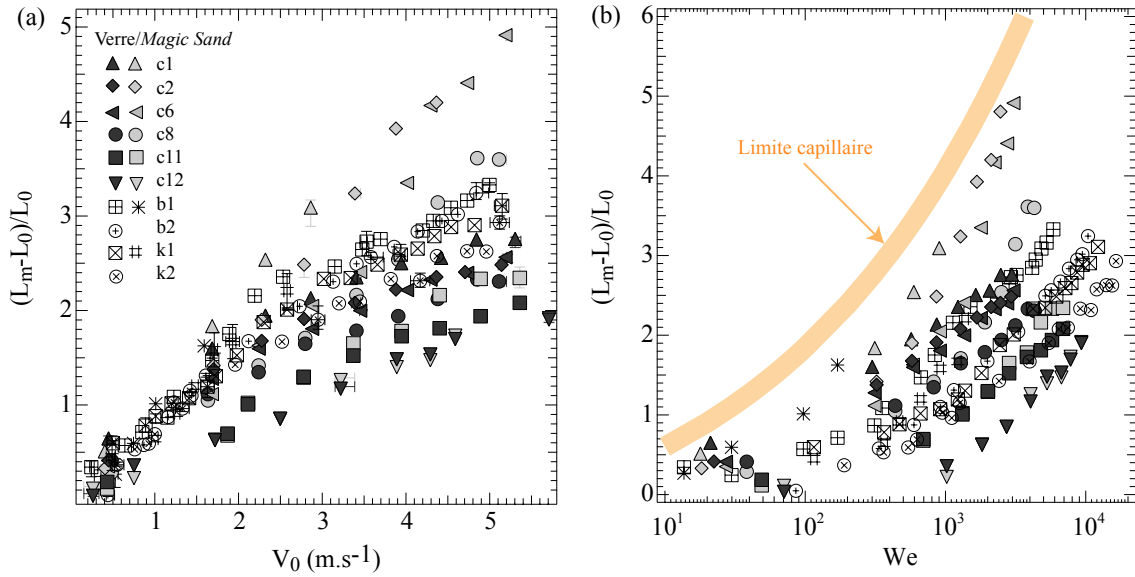


FIGURE 3.3 – Étalement maximal normalisé  $(L_m - L_0)/L_0$  pour l’ensemble des expériences en fonction de la vitesse (a) et du nombre de Weber,  $We = \rho L_0 V_0^2 / \sigma$  (b). La courbe orange représente l’étalement maximal dans le cas d’étalement de gouttes newtoniennes peu visqueuses contrôlées par la capillarité (loi empirique  $L_m/L_0 = 0.9 We^{1/4}$ , tirée de [Clanet *et al.* 2004]). Sur ces graphes sont également données les valeurs correspondantes aux impacts sur les surfaces super-hydrophobes.

Par ailleurs, en indiquant le temps adimensionné par le temps d’impact  $T = L_0/V_0$ , on constate que le sommet de la goutte rencontre la partie qui s’étale pour  $t/T \sim 1$ .

Dans ce régime d'étalement axisymétrique, le diamètre maximale  $L_m$  atteint par la goutte durant l'impact est une grandeur bien définie (voir le chapitre 2 pour la mesure de  $L_m$ ). La figure 3.3a présente la déformation maximale relative normalisée par la taille initiale de la goutte,  $(L_m - L_0)/L_0$ , en fonction de la vitesse  $V_0$  pour l'ensemble des fluides étudiés. Comme attendu, la goutte est d'autant plus déformée que la vitesse d'impact augmente et que la concentration des fluides diminue. Un point important est que pour l'ensemble de nos expériences, la déformation maximale de la goutte reste inférieure à celle que l'on aurait si le mécanisme limitant était la tension de surface (figure 3.3b, [Clanet *et al.* 2004]). C'est donc bien la rhéologie en volume du fluide, et non la tension de surface, qui fixe l'étalement maximal dans notre étude.

Dans nos expériences  $(L_m - L_0)/L_0$  est toujours supérieur à 1. Les impacts s'effectuent donc dans un régime de grandes déformations et on s'attend donc à être au-dessus du seuil d'écoulement pour tous les impacts. La contrainte seuil est atteinte quand la déformation dans le matériau atteint une déformation critique de l'ordre :  $\gamma_c = \tau_c/G$ , où  $\tau_c$  est la contrainte seuil et  $G$  le module élastique de cisaillement. L'énergie élastique emmagasinée dans la goutte est alors de l'ordre de  $G\gamma_c^2(\pi L_0^3/6)$ . En équilibrant cette énergie à l'énergie cinétique initiale de la goutte  $((1/2)\rho(\pi L_0^3/6)V_0^2)$ , on trouve que la goutte quitte le domaine solide quand la vitesse d'impact est :  $V_0 \sim (\tau_c/G)\sqrt{G/\rho}$ . Ce critère s'écrit :

$$M/\gamma_c \sim 1, \quad (3.1)$$

où  $M = V_0/\sqrt{G/\rho}$  est un nombre de Mach élastique qui compare la vitesse d'impact à la vitesse de propagation des ondes élastique de cisaillement dans le milieu. Comme le montre le diagramme de la figure 3.4, l'ensemble de nos données correspond à  $2 < M/\gamma_c < 1000$ . La contrainte seuil est donc largement dépassée dans toutes nos expériences d'impact.

Pour un fluide viscoplastique, la contrainte au-dessus du seuil est composée d'une contrainte constante indépendante du taux de cisaillement,  $\tau_c$ , et d'une partie "visqueuse",  $K\dot{\gamma}^n$ , rhéofluidifiante pour nos fluides. Le nombre de Bingham est un nombre sans dimension qui compare la contribution de ces deux contraintes, le nombre de Bingham. Dans notre cas, un taux de cisaillement typique lors de l'impact est donné par  $\dot{\gamma} = V_0/L_0$ . Nous définissons le nombre de Bingham comme :

$$Bi = \frac{\tau_c}{K\dot{\gamma}^n} = \frac{\tau_c L_0^n}{K V_0^n}. \quad (3.2)$$

La figure 3.4b montre que les impacts de carbopol et d'argile kaolin se trouvent à  $Bi < 1$  tandis que les impact avec la bentonite ont lieu pour  $Bi > 1$ . Ces premiers résultats semblent donc indiquer que l'étalement de la bentonite est dominé par la plasticité tandis que celui du Carbopol (et le kaolin) est dominé par la viscosité. Nous allons voir que ces conclusions préliminaires sont remises en cause par l'utilisation de surfaces super-hydrophobes.

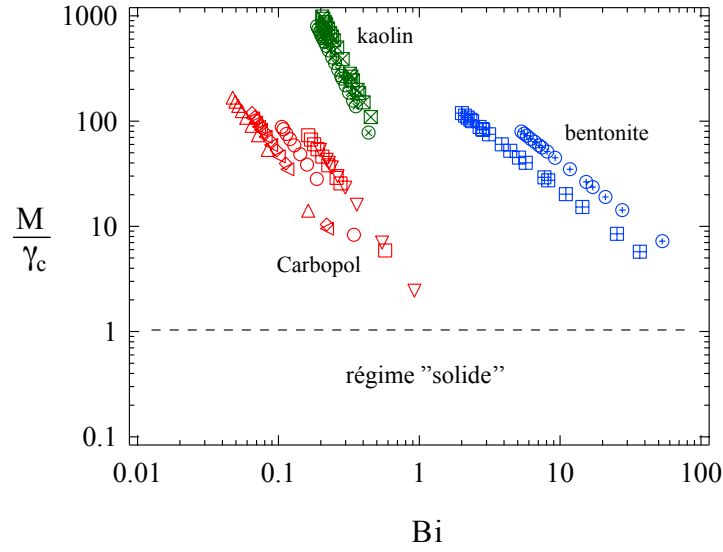


FIGURE 3.4 – Diagramme de phase  $(M/\gamma_c, Bi)$  pour les impacts de Carbopol (rouge), bentonite (bleu) et kaolin (vert).

## 3.2 Impact sur des surfaces super-hydrophobes : rôle de l'élasticité à temps court

Notre motivation initiale pour étudier les impacts sur des surfaces super-hydrophobes était de montrer qu'il était possible d'enduire ces surfaces avec des fluides complexes, grâce à l'existence de la contrainte seuil. Un autre avantage de ces surfaces est qu'elles permettent de s'affranchir de la dynamique complexe de la ligne de contact entre la phase d'étalement et de rétractation ([Clanet *et al.* 2004]), et en particulier de la forte hystérésis observée pour les fluides complexes ([Bartolo *et al.* 2007]). Nous avons donc réalisé les mêmes expériences que précédemment, en utilisant des surfaces recouvertes de sables fins hydrophobes (*Magic Sand*) (voir la table 2.2 du chapitre 2). La figure 3.5a montre l'impact d'une goutte d'argile (kaolin) sur une telle surface non-adhésive. Comme nous l'espérions, la dynamique d'impact sur cette surface est identique à celle observée sur une surface partiellement mouillante : une fois étalée, la goutte se dépose et ne se rétracte pas. Ce comportement s'observe également avec la bentonite comme le montre la figure 3.6 qui compare la dynamique d'étalement d'une goutte de bentonite sur la surface de verre et la surface super-hydrophobe. Ces observations contrastent avec le cas d'une goutte de fluide simple, qui se rétracte et parfois rebondit sur ce type de surface. Ce résultat provient du fait que la pression capillaire n'est pas suffisante

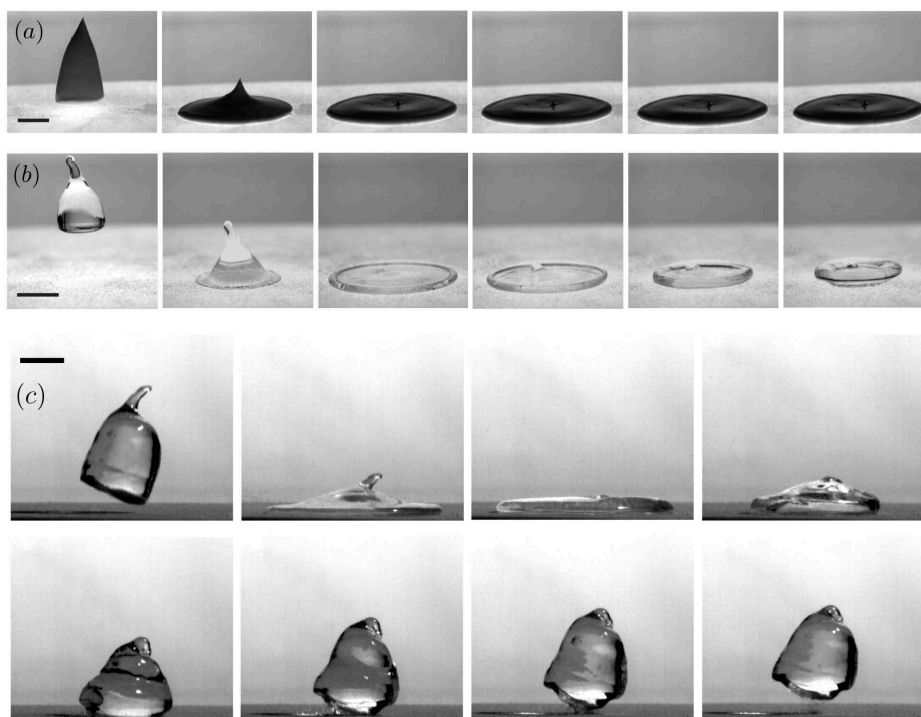


FIGURE 3.5 – Impacts de goutte de fluide à seuil sur une surface super-hydrophobe. a) Argile (kaolin 55 wt%), b) Carbopol 1 wt%, c) Carbopol 2 wt%. Barre d'échelle 1 cm.

pour vaincre la contrainte seuil du fluide\*.

À notre grande surprise, les impacts de gouttes de Carbopol sur les surfaces super-hydrophobes ont montré un comportement complètement différent de celui des argiles. Au lieu de se déposer irréversiblement, la goutte subit une très forte rétractation après avoir atteint son diamètre maximal comme le montre la figure 3.5b. Pour des solutions encore plus concentrées, on observe même le rebond complet de la goutte sur la surface (figure 3.5c). La figure 3.6 compare plus précisément la dynamique d'impact d'une goutte de Carbopol sur une surface de verre (rond vide) et super-hydrophobe (rond plein) dans les mêmes conditions d'impact. On constate que la phase d'étalement est similaire dans les deux cas. En revanche, sur le verre, l'étalement de la goutte de Carbopol ne varie plus une fois le rayon maximal atteint, alors que sur le sable hydrophobe la taille de la goutte rediminue, avec une vitesse de rétractation du même ordre de grandeur, quoique plus faible, que la vitesse d'étalement. On note également que l'étalement maximal est légèrement plus grand sur la surface super-hydrophobe que sur le verre. Cette différence s'accroît lorsque la vitesse du fluide augmente ou que sa concentration diminue (figure 3.3a). Aux très grandes vitesses, nous pouvons même observer un “splash” de la goutte. Nous reviendrons en détail sur ces

\*. Cette transition entre un régime dominé par la capillarité ou par la contrainte seuil a depuis été explorée plus en détail par [German & Bertola 2010] et [Saïdi, Martin & Magnin 2010].



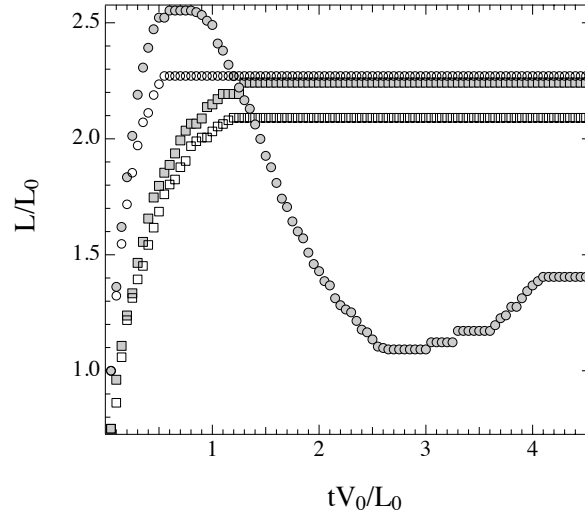


FIGURE 3.6 – Évolution temporelle du diamètre adimensionné de la goutte,  $L(t)/L_m$  en fonction du temps adimensionné  $tV_0/L_0$  pour une solution de Carbopol 1 wt% (rond) et d'une goutte de bentonite 13 wt% (carré) impactant avec une vitesse  $V_0 = 2 \text{ m.s}^{-1}$ . Surface de verre (symboles vides) ; surface super-hydrophobe (symboles pleins).

comportements aux grandes vitesses dans le chapitre 4 de la thèse.

L'observation de forte rétractation et même de rebond avec les gouttes de Carbopol sur les surfaces super-hydrophobes est très surprenant. De toute évidence, ces expériences révèlent que, pour le Carbopol, l'énergie cinétique apportée par l'impact n'est pas dissipée par plasticité ou viscosité comme les expériences préliminaires sur le verre le laissaient croire, mais stockée réversiblement. Il existe alors deux possibilités. La première est un mécanisme capillaire, comme avec les fluides newtoniens. Pour cela, il faut que la pression capillaire  $\sigma/h$ , où  $h$  est l'épaisseur final du film soit suffisante pour dépasser la contrainte seuil  $\tau_c$  et générer les vitesses observées :  $\sigma/h \sim \tau_c + \eta(V_r/h)$  où  $V_r$  est la vitesse de rétractation. Des valeurs typiques d'impact pour le Carbopol 1% ( $\tau_c = 25 \text{ Pa}$ ,  $\eta = 1 \text{ Pa.s}$ ,  $\sigma = 0.07 \text{ N/m}$ ,  $h = 1 \text{ mm}$ ) donnerait une vitesse de rétractation capillaire  $V_r \sim 0.05 \text{ m.s}^{-1}$ , bien inférieure aux vitesses observées ( $1 \text{ m.s}^{-1}$ ). De plus, on ne comprendrait pas pourquoi ce recul capillaire s'observerait avec le Carbopol et non avec les argiles, qui ont une tension de surface et une contrainte seuil comparables.

La deuxième possibilité est que la goutte réagit comme une balle élastique qui se déforme et qui rebondit. Cette hypothèse est cependant extrêmement surprenante car nous avons vu que les déformations de la goutte lors de l'impact ( $\sim 100/1000\%$ ) sont bien supérieures à la déformation critique nécessaire pour atteindre le seuil d'écoulement ( $\gamma_c \sim 30\%$ ) (figure 3.4).

## Expériences d'écrasement quasi-statique

Afin de trancher sur un mécanisme capillaire ou élastique à l'origine du rebond, nous avons écrasé de façon quasi-statique des gouttes de Carbopol entre deux surfaces non-adhésives, jusqu'à atteindre des déformations identiques à celles observées transitoirement lors de l'impact (figure 3.7a). La crêpe ainsi créée est ensuite brutalement libérée en soulevant la plaque supérieure par un système de goupille-ressort. Ces expériences montrent que les gouttes déformées quasi-statiquement ne se rétractent pas une fois libérées, contrairement aux gouttes déformées par l'impact (figure 3.7b). Cela confirme que la tension de surface n'est pas suffisante pour rétracter la goutte. En revanche, cette expérience met en évidence le rôle crucial des propriétés viscoélastiques du fluide sur la dynamique observée. Pour une déformation quasi-statique, l'étalement devient irréversible dès que l'on dépasse le seuil de déformation élastique. En revanche pour une déformation très rapide comme lors des impacts, les déformations élastiques n'ont pas le temps de relaxer. Une analogie mécanique simple pour expliquer ces observations est de modéliser le fluide par un modèle de Maxwell généralisé (ajout d'un patin frottant), comme montré sur la figure 3.7c. Si l'on tire lentement le ressort par rapport au temps de relaxation  $\eta/G$ , la déformation totale loin du seuil provient essentiellement du mouvement du patin (partie irréversible). Par contre, si l'on sollicite le ressort beaucoup plus vite que le temps de relaxation  $\eta/G$ , les déformations accumulées sont essentiellement élastiques, même au-dessus du seuil.

## 3.3 Modélisation

Nos résultats expérimentaux montrent que pour décrire les différents régimes d'impact observés, il est indispensable de tenir compte à la fois (i) des aspects viscoplastiques et élastiques des fluides, (ii) de l'aspect temporel de la dynamique d'étalement. Il existe aujourd'hui peu (pas ?) de code numérique complet (type Navier-Stokes) intégrant l'ensemble de ces ingrédients. D'ailleurs, même dans le cas de fluides simples newtoniens, on sait que la simulation de l'impact d'une goutte sur une surface sèche est loin d'être triviale ([Busmann, Chandra & Mostaghimi 2000],[Renardy *et al.* 2003],[Yokoi *et al.* 2009]). Notre but ici n'est pas de reproduire dans tous ses détails la dynamique d'impact mais d'écrire un modèle simple qui garde l'essentiel de la physique du problème : le comportement élasto-visco-plastique du fluide et la dynamique axisymétrique d'étalement.

### 3.3.1 Modèle d'étalement inertiel d'un disque mince

Nous avons construit un modèle très simple d'étalement inertiel dépendant du temps. Dans ce modèle, nous ignorons la dynamique complexe lors de la phase initiale d'impact et supposons que la goutte est de rapport d'aspect petit et axisymétrique. Nous négligeons

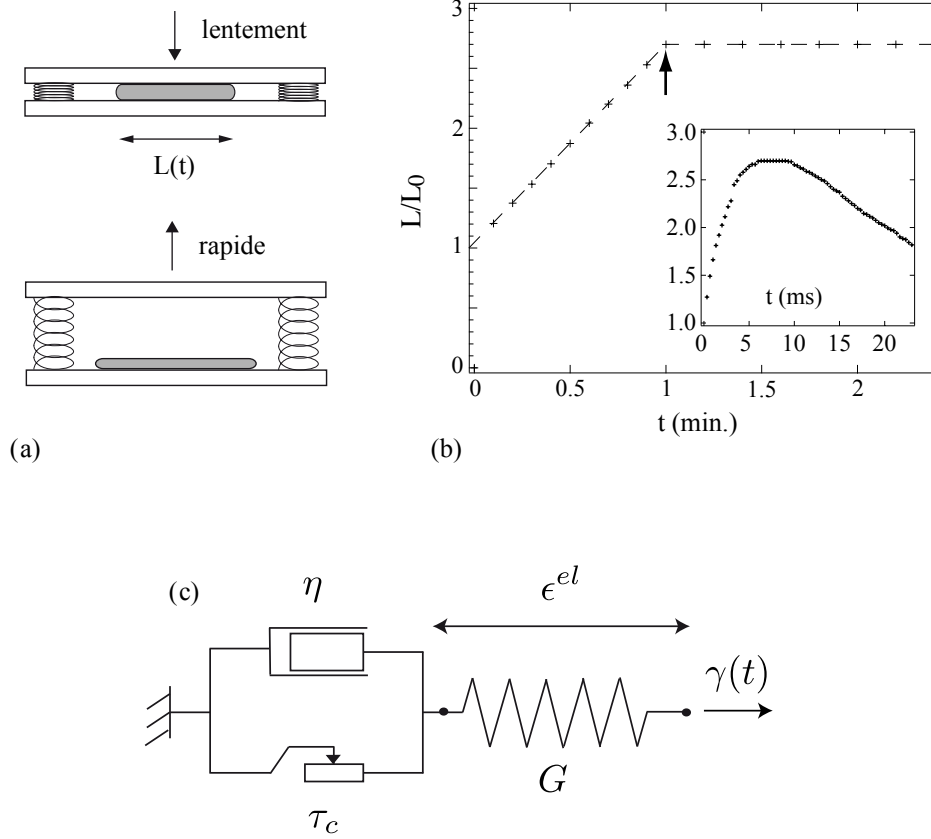
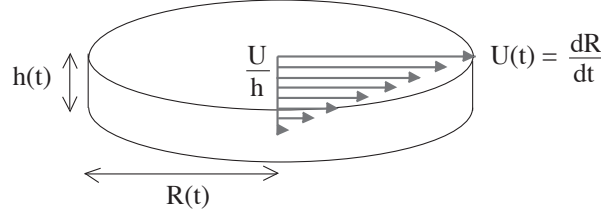


FIGURE 3.7 – (a) Expérience d'écrasement quasi-statique mis en place pour tester le caractère viscoélastique du Carbopol. (b) Évolution temporelle du diamètre de la goutte écrasée (la flèche indique le moment où la plaque supérieure est brutalement soulevée). L'encart donne la dynamique pour la même goutte (Carbopol 1 wt%) impactant une surface super-hydrophobe et atteignant la même déformation maximale ( $V_0 = 2.8 \text{ m.s}^{-1}$ ). (c) Analogie mécanique d'un comportement élasto-visco-plastique. L'amortissement correspond à la viscosité  $\eta$ , le patin correspond à la contrainte seuil  $\tau_c$ , le ressort correspond à l'élasticité  $G$ .  $\epsilon_{el}$  est la déformation élastique et  $\gamma$  la déformation totale.

également la gravité et la tension de surface. Dans ce cas, les équations de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement intégrée dans l'épaisseur de la goutte s'écrivent

FIGURE 3.8 – Modèle d'étalement d'un disque homogène d'épaisseur  $h$  et de rayon  $R$ .

(voir par exemple [Saint-Venant 1871] ; [Witham 1974] ; [Larrieu, Staron & Hinch 2006]) :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r u h}{\partial r} = 0, \quad (3.3)$$

$$\rho \left( \frac{\partial h u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r h u^2}{\partial r} \right) = -\tau_b, \quad (3.4)$$

où  $h(r, t)$  est l'épaisseur locale,  $u(r, t)$  la vitesse intégrée dans l'épaisseur et  $\tau_b$  la contrainte basale. L'hypothèse de couche mince permet de négliger la pression dynamique ainsi que les contraintes longitudinale devant la contrainte de cisaillement dans l'épaisseur. Nous écrivons également :  $(1/h) \int_0^h \tilde{u}^2(r, z, t) dz \approx u^2(r, t)$ , où  $\tilde{u}(r, z, t)$  est le profil de vitesse. Dans un second temps, nous simplifions encore le problème en modélisant la goutte en train de s'étaler par un disque de rayon  $R(t)$  et d'épaisseur uniforme  $h(t)$  (figure 3.8). Dans ce cas l'équation de conservation de la masse implique, en l'absence de terme source en  $r = 0$  :

$$u(r, t) = -\frac{r}{2h} \frac{dh}{dt}. \quad (3.5)$$

En injectant cette relation dans les équations moyennées (3.3-3.4) prise pour  $r = R(t)$ , on trouve :

$$\frac{dh}{dt} + 2 \frac{hU}{R} = 0, \quad (3.6)$$

$$\rho h \frac{dU}{dt} = -\tau_b, \quad (3.7)$$

où  $U = u(R(t), t)$  est la vitesse du front d'étalement de la goutte.

La première équation est simplement la conservation du volume du disque. La seconde signifie que l'inertie de la goutte lors de l'étalement est simplement contrebalancée par la contrainte tangentielle  $\tau_b$  entre la goutte et le plan. Dans ce modèle, nous avons supposé que le terme dominant qui limite l'étalement est la contrainte de cisaillement à la base, et non les contraintes de type élongationnelles. Cela est justifié pour des films minces, tant

que la goutte adhère à la paroi (condition de non-glissement). Nous verrons au chapitre suivant que dans certains cas (impacts sur des surfaces rugueuses à grandes vitesses), cette hypothèse semble mise en défaut. L'hypothèse de lubrification n'est également *a priori* plus valable quand l'épaisseur  $h$  est de l'ordre de grandeur du rayon  $R$  de la goutte (phase initiale d'étalement et phase de rebond).

dans le cadre de ce modèle très simple, la dynamique d'étalement est donc essentiellement contrôlée par la contrainte basale  $\tau_b$ , qui contient la rhéologie du milieu.

### 3.3.2 Rhéologie élasto-visco-plastique

Nous avons vu que pour décrire nos expériences, il est indispensable d'aller au-delà de la loi de comportement mesurée en régime stationnaire au rhéomètre (Herschel-Bulkley) et inclure les effets de type visco-élastique. Pour cela, nous nous sommes inspirés de travaux récents sur la rhéologie des mousses et des émulsions, en les étendant aux fluides rhéofluidifiants ([Saramito 2007], [Bénito *et al.* 2008]). L'idée est de reprendre le modèle de fluide de Maxwell pour un fluide à seuil (figure 3.7c), en écrivant que la contrainte est donnée par une loi de Hooke élastique :

$$\tau_b = G\epsilon^{el}, \quad (3.8)$$

où  $\epsilon^{el}$  est la partie élastique de la déformation de cisaillement dans la goutte. La déformation totale s'écrit  $\gamma = \epsilon^{el} + \epsilon^{vp}$ , où  $\epsilon^{vp}$  est la partie irréversible (viscoplastique) de la déformation. L'équation supplémentaire stipule que la déformation élastique est advectée par l'écoulement jusqu'à ce qu'elle atteigne le seuil d'écoulement  $\gamma_c = \tau_c/G$ . Au-delà du seuil, cette déformation élastique relaxe avec un temps caractéristique  $\lambda = \eta/G$ . L'équation d'évolution de la partie élastique des déformations s'écrit alors :

$$\frac{d\epsilon^{el}}{dt} = \dot{\gamma} - \frac{1}{\lambda} \text{Max} \left( 0, \frac{|\epsilon^{el}| - \gamma_c}{|\epsilon^{el}|} \right) \epsilon^{el}. \quad (3.9)$$

Le taux de déformation totale  $\dot{\gamma}$  est relié au profil de vitesse dans la goutte. Pour simplifier, nous posons  $\dot{\gamma} \approx U/h$ .

Dans le cas d'un écoulement cisailé stationnaire, (3.9) se réduit à  $\epsilon^{el} - \gamma_c = \lambda \dot{\gamma}$  et la contrainte (3.8) s'écrit :  $\tau_b = G\gamma_c + (G\lambda)\dot{\gamma} = \tau_c + \eta\dot{\gamma}$ . On retrouve donc une loi de Bingham simple (voir chapitre 2). Pour que cette rhéologie soit compatible avec le comportement de type Herschel-Bulkley de nos fluides en stationnaire ( $\tau_b = \tau_c + K\dot{\gamma}^n$ ), il faut donc modifier le temps de relaxation  $\lambda$  pour tenir compte d'effet rhéofluidifiant. Le temps de relaxation  $\lambda(\epsilon^{el})$  doit donc vérifier à la fois :  $\epsilon^{el} - \gamma_c = \lambda \dot{\gamma}$  et  $G\lambda = K\dot{\gamma}^n$ , soit :

$$\lambda = (K/G)^{1/n} (|\epsilon^{el}| - \gamma_c)^{(n-1)/n} \quad \text{si } |\epsilon^{el}| > \gamma_c. \quad (3.10)$$

Le modèle complet d'étalement de la goutte est donné par les équations de masse (3.6) et quantité de mouvement (3.7), avec la rhéologie élasto/viscoplastique (3.8-3.10). Pour intégrer

ces équations différentielles, nous supposons que la goutte est initialement ( $t = 0$ ) non déformée,  $\epsilon_{el}|_0 = 0$ , et de géométrie  $R|_0 = L_0/2$  et  $h|_0 = (2/3)L_0$  (par conservation du volume,  $\pi L_0^3/6 = \pi R|_0^2 h|_0$ ). En supposant que la vitesse verticale est donnée par la vitesse d'impact,  $dh/dt|_0 = V_0$ , et en utilisant la conservation de la masse (3.6), on obtient la condition initiale sur la vitesse  $U|_0 = (R|_0/2h|_0)V_0 = (3/8)V_0$ . Les distances, vitesses et temps sont ensuite adimensionnés selon :

$$R = L_0 \hat{R}, \quad h = L_0 \hat{h}, \quad t = \frac{L_0}{V_0} \hat{t}, \quad U = V_0 \hat{U}, \quad (3.11)$$

Le modèle final adimensionné régissant l'étalement s'écrit (sans les chapeaux) :

$$\frac{dh}{dt} + 2 \frac{Uh}{R} = 0, \quad (3.12)$$

$$h \frac{dU}{dt} = - \frac{\epsilon^{el}}{M^2}, \quad (3.13)$$

$$\frac{d\epsilon^{el}}{dt} = \frac{U}{h} - \frac{1}{De} (|\epsilon^{el}| - \gamma_c)^{(1-n)/n} \text{Max} \left( 0, \frac{|\epsilon^{el}| - \gamma_c}{|\epsilon^{el}|} \right) \epsilon^{el}, \quad (3.14)$$

$$\epsilon_{el}|_0 = 0, \quad R|_0 = 1/2, \quad h|_0 = 2/3, \quad U|_0 = 3/8. \quad (3.15)$$

et fait intervenir trois nombres sans dimension (en plus de  $n$ ) :

$$M = \frac{V_0}{\sqrt{G/\rho}}, \quad \gamma_c = \frac{\tau_c}{G}, \quad De = \frac{V_0(K/G)^{1/n}}{L_0}. \quad (3.16)$$

$M$  est le nombre de Mach élastique que nous avons déjà rencontré et qui compare la vitesse d'impact et la vitesse de propagation des ondes élastiques.  $\gamma_c$  représente la déformation critique au-delà de laquelle le fluide à seuil s'écoule. Enfin,  $De$  est un nombre de Deborah défini par le rapport entre le temps typique de relaxation du fluide  $(K/G)^{1/n}$  et le temps typique d'impact  $L_0/V_0$ .

### 3.3.3 Prédiction typiques

Nous intégrons le système d'équations (3.12-3.14) par une méthode d'Euler explicite. La figure 3.9 montre deux dynamiques d'étalement typique prédites par ce modèle. Les paramètres sans dimension choisis correspondent aux conditions expérimentales de la figure 3.5 : l'étalement d'une goutte de kaolin (figure 3.9a,  $M = 0.4$ ,  $\gamma_c = 10^{-3}$ ,  $De = 10^{-8}$ ) et l'étalement d'une goutte de Carbopol (figure 3.9a,  $M = 8$ ,  $\gamma_c = 0.3$ ,  $De = 3$ ). Dans les deux cas, la goutte est déformée bien au-delà du seuil d'écoulement ( $M/\gamma_c = 400$  pour le kaolin et  $M/\gamma_c = 27$  pour le Carbopol). Cependant, la dynamique prédite est très différente. Dans le premier cas (type "kaolin"), le diamètre augmente puis reste figé à sa valeur maximale. La

déformation de la goutte est entièrement irréversible ( $\gamma \approx \epsilon^{vp}$ ) et contrôlée par les effets de la contrainte seuil et de la viscosité (régime “viscoplastique”). Dans le second cas en revanche (type “Carbopol”) la goutte se rétracte fortement une fois sa déformation maximale atteinte. Les simulations montrent que la déformation totale est alors en grande partie élastique, bien que le seuil d’écoulement soit largement franchi (on a  $\gamma \approx 330\%$  et  $\epsilon^{el} \approx 220\%$  pour  $\gamma_c = 30\%$ ) (régime “élastique”). Notons que dans le cadre de notre modèle simple, les oscillations élastiques rémanentes dans la goutte ne s’amortissent pas (figure 3.9b encart) car nous n’avons pas introduit de dissipation sous le seuil.

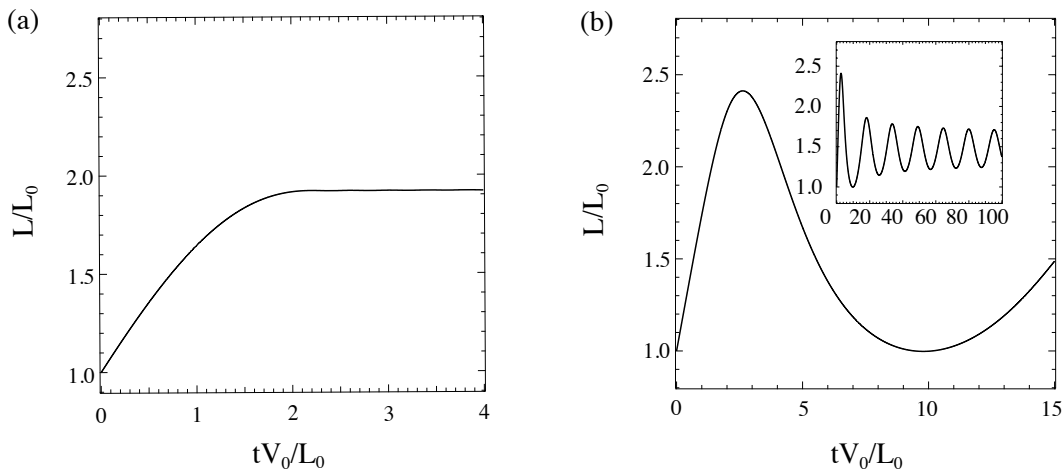


FIGURE 3.9 – Prédictions du modèle pour l’étalement de la goutte obtenues en intégrant numériquement les équations (3.12-3.14) pour  $M = 0.4$ ,  $\gamma_c = 10^{-3}$ ,  $De = 10^{-8}$  (a) et  $M = 8$ ,  $\gamma_c = 0.3$ ,  $De = 3$  (b).

### 3.3.4 Analyse dimensionnelle

Notre modèle est donc capable de décrire dans un même cadre à la fois l’étalement viscoplastique et la rétractation élastique. Quels sont les paramètres qui contrôlent la transition entre les différents régimes? Commençons par le cas où les déformations sont purement élastiques. L’étalement de la goutte s’arrête quand l’énergie cinétique initiale ( $\sim \rho(\pi L_0^3/6)V^2$ ) est équilibrée par l’énergie élastique stockée dans la goutte ( $(\pi L_0^3/6)G\epsilon_m^{el2}$ , où  $\epsilon_m^{el}$  est la déformation élastique typique quand la goutte a atteint sa déformation maximale. En supposant que cette déformation est dominée par le cisaillement sur l’épaisseur  $h$  de la goutte, et pour  $L_m \ll L_0$ , on a  $\epsilon_m^{el} \sim L_m/h$ . Enfin, en utilisant la conservation du volume

( $\pi L_0^3/6 \sim h\pi L_m^2/4$ ), on trouve :

$$\left(\frac{L_m}{L_0}\right)_{el} \sim M^{1/3}. \quad (3.17)$$

Un raisonnement similaire permet d'estimer l'étalement maximal quand les déformations sont irréversibles. Dans le cas où la contrainte basale  $\tau_b$  est dominé par la partie visqueuse ( $K\dot{\gamma}^n$ ), on trouve en reprenant le raisonnement du chapitre 1 :

$$\left(\frac{L_m}{L_0}\right)_{visc} \sim Re^{1/(2n+3)}, \quad (3.18)$$

où  $Re$  est un nombre de Reynolds généralisé défini par :

$$Re = \frac{\rho V_0^{2-n} L_0^n}{K}. \quad (3.19)$$

Pour  $n = 1$ , on retrouve la loi classique en  $Re^{1/5}$  (eq. 1.4) pour des fluides newtoniens ([Chandra & Avedisian 1991],[Clanet *et al.* 2004]). On s'attend à ce que la transition entre ces deux régimes, l'un dominé par l'élasticité et l'autre par la dissipation visqueuse, soit donnée quand  $(L_m/L_0)_{el} \sim (L_m/L_0)_{visc}$ , c'est-à-dire pour  $M^{1/3} \sim Re_n^{1/(2n+3)}$ , ou encore (on a  $Re = M^2/De^n$ ) :

$$\frac{De}{M} \sim M^{(3-5n)/3n}. \quad (3.20)$$

Il semble donc que le paramètre important pour cette transition n'est pas le nombre de Deborah mais le rapport  $De/M$ . On peut le comprendre en choisissant un nouvel adimensionnement pour les équations du modèle. En effet, dans le cas à 1D ( $h = h_0$ ) pour un fluide de Bingham ( $n=1$ ), on peut réécrire la conservation de la quantité de mouvement en adimensionnant cette fois le temps par la période du mode fondamental de vibration élastique de la goutte  $L_0/\sqrt{G/\rho}$ , c'est-à-dire avec  $t' = (V_0/L_0 M)t$ , et en considérant une déformation élastique d'autant plus grande que l'impact est important, avec  $\epsilon'^{el} = \epsilon^{el}/M$ . On trouve alors :

$$h_0 \frac{dU}{dt'} = -\epsilon'^{el}, \quad (3.21)$$

$$\frac{d\epsilon'^{el}}{dt'} = \frac{U}{h_0} - \frac{1}{De/M} \text{Max} \left( 0, \frac{|\epsilon'^{el}| - \gamma_c/M}{|\epsilon'^{el}|} \right) \epsilon'^{el}, \quad (3.22)$$

On constate que les déformations restent élastiques (ne relaxent pas) lorsque  $De/M \gg 1$  et que l'écart au seuil d'écoulement est donné par  $M/\gamma_c$ . Dans le cas d'un étalement axisymétrique pour un fluide rhéofluidifiant, les deux nombres sans dimension  $M/\gamma_c$  et  $De/M$  ne suffisent plus pour décrire les régimes, il faut aussi fixer  $\gamma_c$  et  $n$ .

La figure 3.10 présente le diagramme de phase dans le cas particulier  $n = 0.6$  (figure 3.10a), ainsi que pour les différents fluides utilisés (figure 3.10b). Les transitions sont obtenues



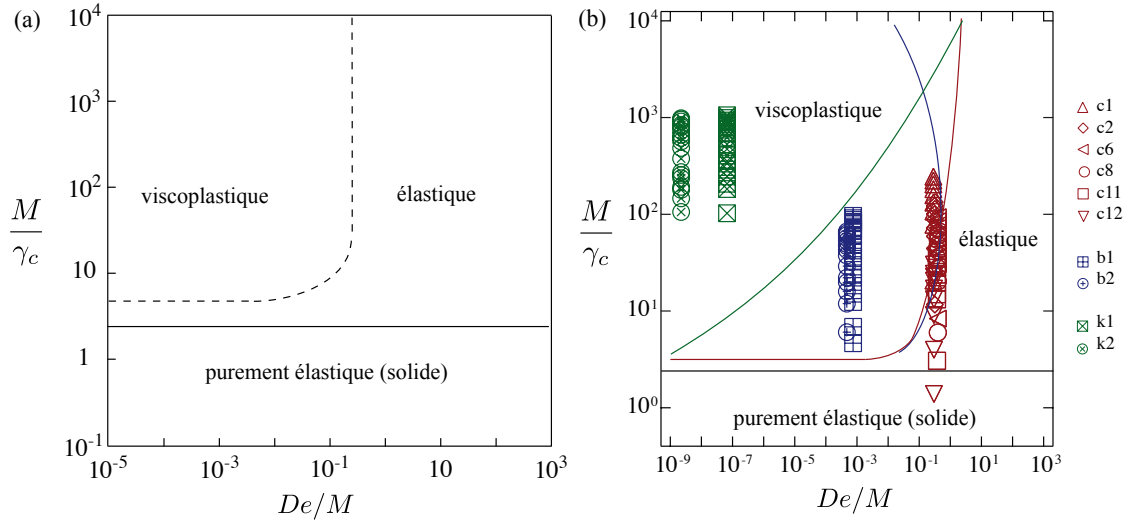


FIGURE 3.10 – (a) Diagramme de phase ( $M/\gamma_c$ - $De/M$ ) prédit par le modèle pour  $n=0.6$ . (b) Diagramme de phase prédit par le modèle pour les différents fluides utilisées ( $n=0.5$  et  $\gamma_c=0.25$ , Carbopol;  $n=0.96$  et  $\gamma_c=0.03$ , bentonite;  $n=0.36$  et  $\gamma_c=0.001$ , kaolin) et valeurs de  $M/\gamma_c$ ,  $De/M$  expérimentales pour chacun des fluides. La frontière entre les régimes viscoplastique et élastique dépend du paramètre  $n$  de chaque fluide.

numériquement à partir du modèle en fixant  $n$  et  $\gamma_c$  moyen pour chaque fluide ( $n=0.5$  et  $\gamma_c=0.25$ , Carbopol;  $n=0.96$  et  $\gamma_c=0.03$ , bentonite;  $n=0.36$  et  $\gamma_c=0.001$ , kaolin). Nous considérons l'étalement élastique quand  $\epsilon^{el} > 50\%$ . Sur ce graphe sont également données les valeurs  $M/\gamma_c$  et  $De/M$  expérimentales pour chacun des fluides. On remarque que les gouttes d'argiles (kaolin, bentonite), se situent toutes dans la zone “viscoplastique” prédite par le modèle (figure 3.10b). En revanche, les gouttes de Carbopol se trouvent principalement dans la zone élastique, sauf pour les gouttes les moins concentrées.

Cette analyse montre que la transition entre le régime “viscoplastique” et “élastique” est essentiellement contrôlée par le rapport entre le nombre de Deborah et le nombre de Mach,  $De/M = K^{1/n}/(\rho L_0^2 G^{\frac{2-n}{n}})^{1/2}$ , qui dépend des propriétés rhéologiques et de la taille de la goutte mais pas de sa vitesse (figure 3.10a). Physiquement, le rapport  $De/M$  peut être interprété comme le rapport entre le temps de relaxation visqueux  $(K/G)^{1/n}$  et la période du mode fondamental de vibration élastique de la goutte  $L_0/\sqrt{G/\rho}$ . En ce sens, ce nombre est l'analogue élastique du nombre de Ohnesorge  $Oh = \eta/(\rho \sigma L_0)^{1/2}$ , qui compare le temps d'amortissement visqueux d'une goutte à sa période d'oscillation capillaire. Nous avons vu dans l'introduction (chapitre 1) que ce nombre joue un rôle important dans la dynamique de rétraction d'une goutte newtonienne. Il est intéressant de voir que  $De/M$  joue ici un rôle analogue pour la transition d'étalement irréversible/réversible.

### 3.4 Comparaison avec les expériences

Notre modèle permet de décrire dans un même cadre les principaux régimes d'étalement observés. Il est possible d'aller plus loin en faisant des comparaisons quantitatives avec les mesures expérimentales. Pour cela, les paramètres du modèle ( $M$ ,  $\gamma_c$ ,  $De$ ,  $n$ ) sont déterminés à partir des mesures rhéologiques ( $\tau_c$ ,  $K$ ,  $n$ ,  $G$ ) et des valeurs ( $V_0$ ,  $L_0$ ) expérimentales. Il n'y a alors pas de paramètre d'ajustement.

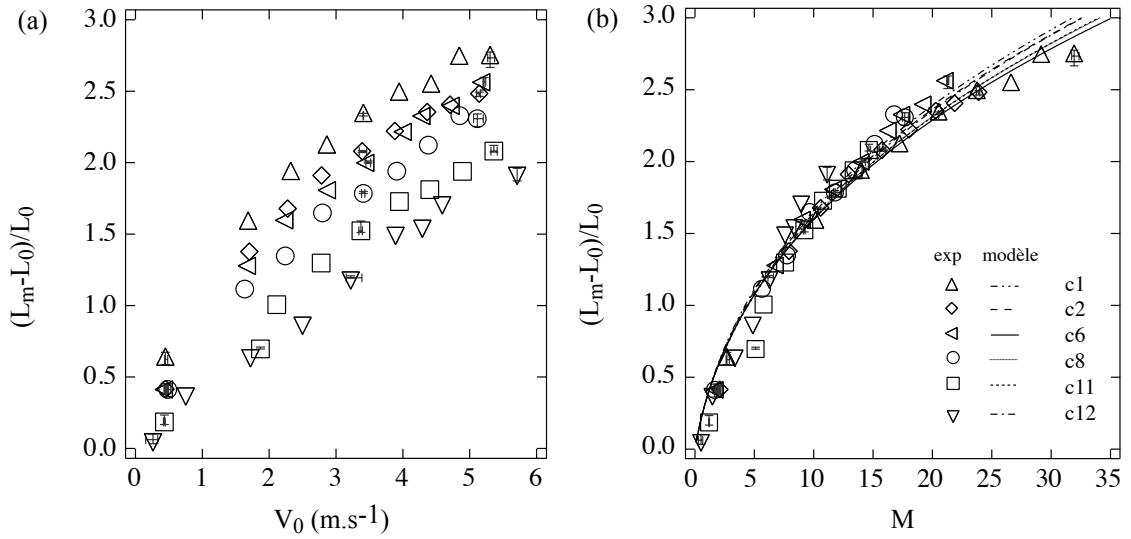


FIGURE 3.11 – Déformation maximale des impacts de gouttes de Carbopol sur une surface de verre pour différentes concentrations (de 0.2 wt% à 3 wt%). (a) Mesures expérimentales en fonction de la vitesse d'impact. (b) Même données en fonction du nombre de Mach élastique  $M = V_0/\sqrt{G/\rho}$  et comparaison avec les prédictions du modèle.

La figure 3.11a présente la déformation maximale  $(L_m - L_0)/L_0$  en fonction de la vitesse  $V_0$  pour l'ensemble des gouttes de Carbopol (de 0.2 wt% à 3 wt%) impactant le verre. Les données se rassemblent toutes quand on utilise le nombre de Mach élastique (figure 3.11b), confirmant que l'élasticité domine en grande partie ces étalements (voir le diagramme de phase de la figure 3.10b). Sur ce graphe est également présenté la prédiction du modèle. L'accord quantitatif est surprenant au vu de la simplicité du modèle. Malgré la faible gamme de  $M$  accessible dans nos expériences, il est intéressant de comparer ces données avec la loi d'échelle  $L_m/L_0 \sim M^{1/3}$  prédite pour un étalement purement élastique (eq. 3.17). La figure 3.12a présente  $L_m/L_0$  en log-log. La régression linéaire donne  $L_m/L_0 \sim M^{0.35 \pm 0.01}$ , une loi de puissance proche de  $1/3$ . L'écart pourrait provenir de la contribution visqueuse qui n'est pas négligeable pour le Carbopol.

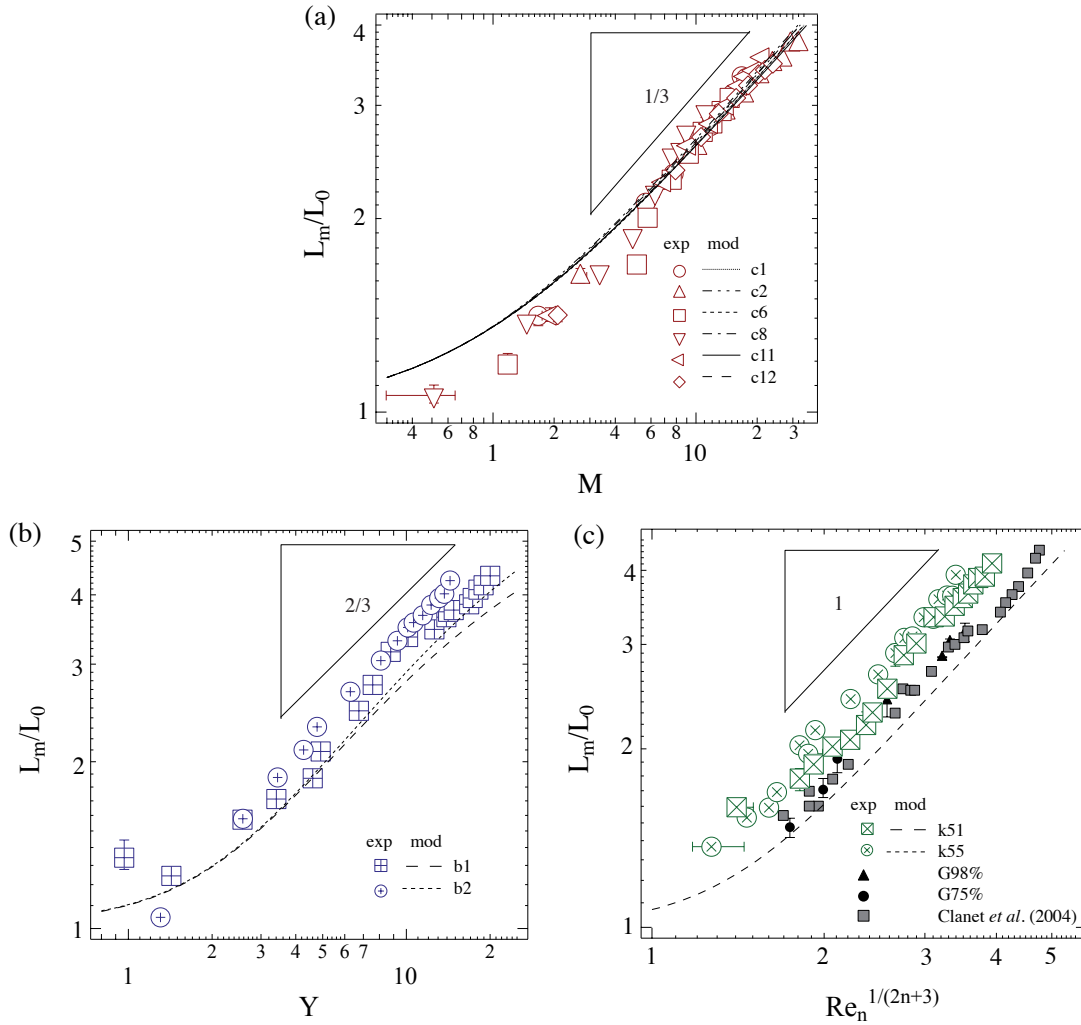


FIGURE 3.12 – Paramètre d'étalement maximal  $L_m/L_0$  expérimental (symbole) et prédit par le modèle (trait pointillés) pour les impacts sur le verre (a) de Carbopol en fonction du nombre de Mach élastique  $M$ , (b) de bentonite en fonction du nombre plastique  $Y$  et (c) de kaolin en fonction de  $Re_n^{1/(2n+3)}$ . Dans chaque cas est également indiquée la prédiction des loi d'échelle ([Luu & Forterre 2009]).

Les figures 3.12b et c complètent ces données sur le paramètre d'étalement pour les impacts de bentonite et de kaolin. On retrouve un accord correct entre prédictions (traits pointillés) et expériences, avec des différences maximales de l'ordre 30 %. Dans le cas de la bentonite, dominée par la contrainte seuil (grand nombre de Bingham), le paramètre pertinent est le nombre plastique  $Y = V_0/\sqrt{\tau_c/\rho}$ . Enfin, on constate sur la figure 3.12c que la loi d'échelle visqueuse en  $L_m/L_0 \sim Re_n^{1/(2n+3)}$  (eq. 3.18) est très bien vérifiée pour les impacts

de kaolin, comme prédit par le modèle (pente  $\sim 1.0 \pm 0.05$  sur l'échelle log-log). Nous avons ajouté à ce graphique des expériences d'impact avec des gouttes purement visqueuses provenant à la fois de nos expériences (solutions de glycérol concentrées à 75% et 98%) et de points expérimentaux tirés de l'article de [Clanet *et al.* 2004]. Ces points se rassemblent également sur une droite de pente 1. On constate cependant un écart systématique entre, d'une part, les prédictions du modèle et les gouttes newtoniennes et, d'autre part, les gouttes de kaolin. Tout se passe comme si la viscosité effective du kaolin lors de l'impact était plus faible que celle déduite des mesures stationnaires en rhéomètre. Ce résultat pourrait provenir d'un couplage non-trivial entre la microstructure du fluide et l'écoulement dans cette configuration fortement instationnaire ([Pignon, Magnin & Piau 1997, Balmforth, Forterre & Pouliquen 2009]).

### 3.5 Conclusion

Dans cette étude, nous avons montré que l'impact d'une goutte de fluide à seuil sur une surface rigide pouvait présenter une grande variété de régimes en fonction des propriétés rhéologiques des fluides mis en jeu. Dans le cas de fluides à seuil "rigides", comme les suspensions concentrées d'argile, les effets viscoplastique dissipe entièrement l'énergie cinétique initiale de la goutte impactante durant la phase d'étalement. Si la contrainte seuil du matériau est suffisante pour vaincre la capillarité, la goutte se dépose alors irréversiblement sur la surface, indépendamment de ses propriétés de mouillage. En revanche, dans le cas d'un fluide à seuil "mou" (Carbopol), nous avons vu que les déformations durant l'impact restaient majoritairement élastiques bien que le seuil d'écoulement soit largement dépassé, entraînant une forte rétractation élastique voir un rebond sur des surfaces super-hydrophobes. Pour rationaliser ses observations, nous avons dérivé un modèle purement temporel dans lequel l'inertie d'un disque qui s'étale est contre-balançée par la contrainte de cisaillement à la paroi, définie par une rhéologie élasto-visco-plastique. Ce modèle simple permet de décrire les différents régimes d'impact dans un cadre unique et met en évidence les nombres sans dimension pertinent. Un accord raisonnable est même obtenu pour la prédiction du paramètre d'étalement, justifiant en partie les approximations effectuées et la pertinence de la rhéologie choisie. Ces expériences montrent que l'élasticité peut jouer un rôle crucial sur l'hydrodynamique à temps court des fluides à seuil, même lorsque les déformations du milieu sont bien au-dessus du seuil d'écoulement. Des études récentes ont confirmé l'importance de cette élasticité dans d'autres configurations hydrodynamiques, lors d'avalanches ([Cochard & Ancey 2009]) ou d'écoulement oscillant dans des conduites ([Park & Liu 2010]).

Une des perspectives de ce travail concerne l'amélioration de la modélisation de l'impact. Notre modèle purement temporel ne tient pas du tout compte de la dynamique spatio-temporelle lors de l'impact. Ainsi, bien que le paramètre d'étalement soit relativement bien prédit, d'autres grandeurs sont moins bien estimées. La figure 3.13 montre ainsi la durée totale d'étalement de la goutte adimensionnée  $t_m V_0 / L_0$  pour les différents fluides. On constate que les nombres sans dimension pertinents permettent toujours un bon regroupement des données. En revanche, le modèle surestime systématiquement la durée d'impact. Clairement,

l'hypothèse de couche mince et la géométrie de disque ne sont pas valables au premiers instants de l'impact. Il serait intéressant de raffiner le modèle en décomposant la goutte en une partie centrale non déformée qui s'écrase verticalement, et une lamelle qui s'étale radialement ([Roisman, Rioboo & Tropea 2002], [Larrieu, Staron & Hinch 2006]).

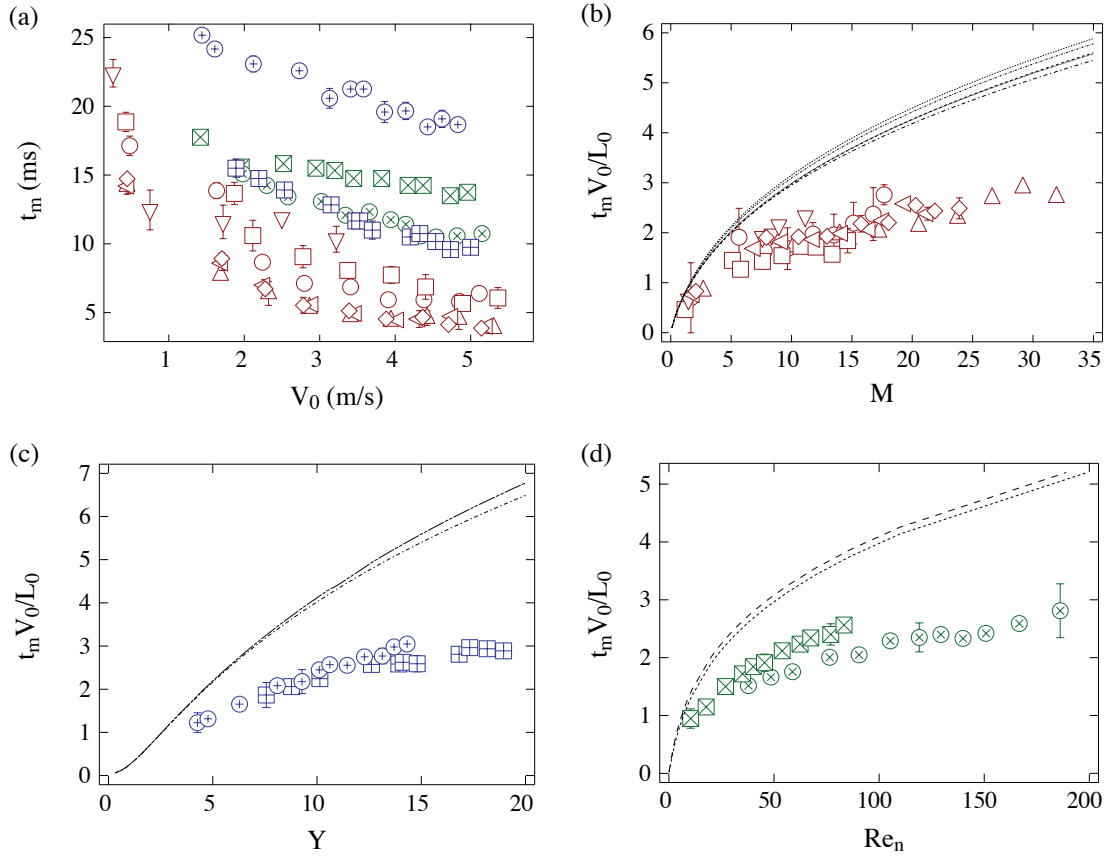


FIGURE 3.13 – Durée totale d'étalement sur le verre pour tous les fluides en fonction de la vitesse (a), du nombre de Mach  $M$  (b, Carbopol), du nombre plastique  $Y$  (c, bentonite) et du nombre de Reynolds (d, kaolin). Les traits donnent la prédiction du modèle (même légende que la figure 3.12).

Un autre point concerne la rhéologie. Dans notre modèle, nous avons utilisé la loi élasto-visco-plastique la plus simple compatible avec un comportement rhéofluidifiant. Cependant, cette approche purement scalaire néglige certains aspects importants. En particulier, il est bien connu chez les polymères ([Bird, Armstrong & Hassager 1987]) qu'il existe un couplage fort entre cisaillement et élongation aux grandes déformations (apparition de

différences de contraintes normales). Pour pouvoir les décrire, il est nécessaire de tenir compte des dérivées temporelles non-linéaires qui apparaissent dans le cadre de l'élasticité aux grandes déformations (voir annexe A). Plusieurs travaux s'attachent aujourd'hui à cette généralisation dans le cadre de fluides à seuil "mous" (micro-gel, mousse, émulsions, [Saramito 2007, Bénito *et al.* 2008]). Incorporer ces rhéologies dans des simulations numériques complètes d'impact est loin d'être simple. Au cours de cette thèse, nous avons initié une collaboration avec Nicolas Favrie de l'équipe SMASH à l'IUSTI, qui est spécialisée dans les schémas numériques haute-vitesse. Dans un premier temps, seul des impacts purement élastiques ont été considérés (annexe B). Il est encore trop tôt pour envisager une comparaison sérieuse avec les expériences.

Un dernier point soulevé par notre étude concerne l'influence des propriétés de surface (mouillage, rugosité) sur la dynamique d'impact, et plus généralement sur l'hydrodynamique aux interfaces des fluides à seuil. Nous avons déjà vu que la phase de rétraction de la goutte pouvait être influencée par l'aspect mouillant ou non de la surface, en raison de l'accrochage et de l'hystérésis de la ligne de contact comme pour les fluides simples. Dans le prochain chapitre, nous allons voir que la phase d'étalement peut être également fortement influencée par la surface d'impact, un phénomène qui n'a pas d'équivalent chez les fluides classiques.

## 3.6 Copie de l'article

*J. Fluid Mech.* (2009), vol. 632, pp. 301–327. © 2009 Cambridge University Press  
doi:10.1017/S0022112009007198 Printed in the United Kingdom

301

## Drop impact of yield-stress fluids

LI-HUA LUU AND YOËL FORTERRE†

Laboratoire IUSTI, CNRS UMR 6595, Aix-Marseille Université, 5 rue Enrico Fermi,  
13453 Marseille Cedex 13, France

(Received 13 November 2008 and in revised form 18 March 2009)

The normal impact of a drop of yield-stress fluid on a flat rigid surface is investigated experimentally. Using different model fluids (polymer microgels, clay suspensions) and impacted surfaces (partially wettable, super-hydrophobic), we find a rich variety of impact regimes from irreversible viscoplastic coating to giant elastic spreading and recoil. A minimal model of inertial spreading, taking into account an elasto-viscoplastic rheology, allows explaining in a single framework the different regimes and scaling laws. In addition, semi-quantitative predictions for the spread factor are obtained when the measured rheological parameters of the fluid (elasticity, yield stress, viscosity) are injected into the model. Our study offers a means to probe the short-time rheology of yield-stress fluids and highlights the role of elasticity on the unsteady hydrodynamics of these complex fluids. Movies are available with the online version of the paper (go to [journals.cambridge.org/flm](http://journals.cambridge.org/flm)).

### 1. Introduction

Yield-stress fluids (e.g. mud, pastes, emulsions) are often modelled, from a fluid mechanical point of view, using simple steady flow rules such as the Bingham or Herschel–Bulkley model (Balmforth & Frigaard 2007). However, these constitutive laws are usually a significant simplification of their true rheological behaviour, which may display elasticity, ageing, shear localization, wall slip and the like (Barnes, Hutton & Walters 1989; Pignon, Magnin & Piau 1996; Meeker, Bonnecaze & Cloitre 2004; Coussot 2005). The extent to which such rheological features affect the hydrodynamics of yield-stress fluids in complex configurations remains an important issue for many applications. The objective of the present paper is to study the dynamics of a drop of yield-stress fluid impacting a solid surface. This configuration provides an unusual test for the rheology, as it involves large deformations and highly elongational flows on short time scales. Our main intent is to get insight into the short-time behaviour of yield-stress fluids, in flow conditions difficult to achieve with conventional rheometers.

Drop impact dynamics on solid surfaces is a classical subject of interfacial hydrodynamics, which occurs in many industrial and environmental situations such as inkjet printing, coating, motor jet, rain drop and pesticides (Rein 1993; Yarin 2006). The most recent research on this subject is directed towards the understanding of fingering instabilities and the splashing transition (Thoroddsen & Sakakibara 1998; Xu, Zhang & Nagel 2005), the receding and bouncing dynamics on super-hydrophobic surfaces (Renardy *et al.* 2003) or the direct three-dimensional numerical modelling (Rieber & Frohn 1999; Bussmann, Chandra & Mostaghimi 2000). So far, most of

† Email address for correspondence: [yoel.forterre@polytech.univ-mrs.fr](mailto:yoel.forterre@polytech.univ-mrs.fr)

the studies have concerned Newtonian fluids. More recently, non-Newtonian effects (e.g. normal stresses, elasticity) have also been investigated by adding polymers or surfactants in the fluid (Cooper-White, Crooks & Boger 2002; Bartolo *et al.* 2007). However, in some practical circumstances, the fluid used is more complex and may display a flow threshold: at low stresses the fluid behaves like a solid, but above a critical stress, it yields and flows. A few examples are spray painting and inkjet printing of three-dimensional structures, using colloidal gels (Lewis 2006). On the other hand, the study of impacts of yield-stress fluids may be regarded as a laboratory model for investigating high-speed collision of solids, such as ballistic impact (Yarin, Rubin & Roisman 1995), impact crater formation (Melosh 1989) and explosive welding (Crossland 1982). In this case, an important parameter is the ratio of the impacting dynamic pressure  $\rho V_0^2$  ( $\rho$  is the object density and  $V_0$  is the impacting velocity) to the material yield stress  $\tau_c$  (Johnson 1985). Since typical yield-stress fluids (gels, clays, emulsions) have strengths millions of times below those of metals or soils (few tens of Pa compared to few tens of MPa), their impact at low velocities ( $V_0 \sim \text{m s}^{-1}$ ) could mimic the extreme collision speeds ( $V_0 \sim \text{km s}^{-1}$ ) for which the classical solid flows (Awerbuch & Bodner 1974).

To date, there have been very few controlled studies of drop impacts involving threshold fluids. In a recent paper, Nigen (2005) has investigated the spreading dynamics of droplets of Vaseline impacting a smooth Plexiglas surface. However, the experimental conditions were such (small drop diameter, high viscosity, low yield stress) that viscous effects mostly dominated the spreading dynamics. Yet, an interesting observation was that the yield stress could inhibit the capillary recoil and ‘freeze’ the drop shape at its maximal deformation. This suggests that, unlike Newtonian fluids, the impact dynamics of a yield-stress fluid may be mainly controlled by its intrinsic rheology rather than by capillary effects or surface wetting properties.

To test this, we will study drop impacts of yield-stress fluids for a wide range of rheological parameters (elasticity, yield stress, viscosity) and impacted surfaces (partially wetting, super-hydrophobic). We will mainly focus on the physical mechanisms that control the maximal spread factor, defined as the maximal drop extension during the impact  $L_m$  divided by the drop initial size  $L_0$ . For Newtonian fluids, empirical scaling laws have been proposed, depending on whether the initial kinetic energy is mostly converted into surface energy or dissipated by viscosity (Chandra & Avedisian 1991; Clanet *et al.* 2004). For yield-stress fluids, two obvious complications arise. First, the existence of a threshold introduces an additional plastic-like dissipation mechanism. Second, these fluids usually display a non-Newtonian shear-rate-dependent viscosity, which should modify the classical viscous-spreading laws.

A more complex issue concerns the role of the elastic deformations in the spreading dynamics. For most flow problems involving yield-stress fluids, elasticity is neglected as soon as the material is above the flow threshold. However, this is far from being obvious in the case of impacting drops in which highly time-dependant and elongational flows are considered. This interplay between flow, elasticity and viscosity is well known in polymer fluid mechanics (Bird, Armstrong & Hassager 1987) but has been less investigated for yield-stress fluids. Recently, elasto-viscoplastic constitutive laws have been proposed that consistently take into account this coupling for soft disordered materials such as foams, emulsions and polymer pastes (Takeshi & Sekimoto 2005; Marmottant & Graner 2007; Saramito 2007; Bénito *et al.* 2008). They have proven promising in capturing interesting features of soft viscoplastic fluids such as normal stress, transient flows and localization in Couette geometries (Cheddadi *et al.* 2008).



In this paper, we gain from these approaches to understand, within a single framework, the different regimes and scaling laws that control the drop impact dynamics of a yield-stress fluid. We first present the experimental set-up and yield-stress fluids used in §2. The different impact regimes observed on partially wetting and super-hydrophobic surfaces are presented in §3. We show that elasticity may play a crucial role in the spreading dynamics, even when the drop deformations are far above the flow threshold. To explain this observation, a minimal temporal model of spreading is built, where drop inertia is balanced by an elasto-viscoplastic basal stress (§4). The comparison between experiments and the simplified model is given in §5, focusing more specifically on the maximal spread factor. A discussion and some questions raised by this study are given in the conclusion (§6).

## 2. Experimental methods

### 2.1. Yield-stress fluids

Three different kinds of yield-stress fluids were used to perform the experiments: two colloidal suspensions of clay (kaolin and bentonite; van Olphen 1977) and one polymer micro-gel suspension (Carbopol dispersion; Oppong *et al.* 2006; Piau 2007). These fluids are known to present a yield stress above a critical concentration and are widely used as model viscoplastic fluids in the literature (Coussot 1994; Osmond & Griffiths 2001; de Bruyn, Habdas & Kim 2002; Peixinho *et al.* 2005; Tabuteau, Coussot & de Bruyn 2007; Chambon, Ghemmour & Laigle 2008). In addition, they allow spanning a broad range of mechanical and rheological parameters by changing the concentration of the suspension. In the following, we will focus on the elastic and viscoplastic properties of clays and Carbopol suspensions. We will disregard other rheological features that may affect these fluids close the flow threshold, such as creeping, thixotropy and microstructural orientation effects (Pignon, Magnin & Piau 1997; Coussot 2005; Piau 2007). We will see that the knowledge of the elasto-viscoplastic parameters indeed is sufficient to describe the main features of the drop impact dynamics observed in our experiments.

The slurries of kaolin (supplied by Miniere Kaolins Morbihan, France) and bentonite (supplied by VWR Prolabo) were prepared by gradually adding a given mass of clay powder with de-ionized water under continuous and active mixing. The suspensions were then stored for 72 h to ensure a complete hydration and dispersion of the clay particles. Prior to any test, the slurries were mixed again for 1 h. Note that, compared to kaolin, bentonite suspensions are strongly thixotropic, meaning that their mechanical properties (elasticity, yield stress) evolve at rest. In this study, we used two different concentrations of kaolin and bentonite suspensions (see table 1, where the weight percentage gives the ratio between the total mass of particles to the total mass of particles and water initially mixed). Carbopol dispersions (Carbopol ETD 2050 supplied by Noveon) were prepared by adding slowly Carbopol powder into de-ionized water at 50°C, under continuous stirring during several hours at 500 rpm. Sodium hydroxide solution at 18 % was then progressively added to bring the pH up to 7. A post-mixing at 700 rpm during 9 h was required to eliminate lumps and air bubbles, resulting in a transparent gel. For the experiments, we used six different concentrations of Carbopol from 0.2 % to 3 % in weight (see table 1). In all cases, the final suspension density was measured by weighting 10 syringes of 30 ml accurately filled with the fluid (table 1; accuracy better than 1 %). Finally, the surface tension  $\sigma$  of the fluids, which are aqueous dispersions without any surfactant, was assumed to be equal to that of pure water,  $\sigma = 0.07 \text{ N m}^{-1}$ . We did not determine directly the surface

Fluid	Weight (%)	$\tau_c$ (Pa)	$K$ (Pa s <sup><i>n</i></sup> )	$n$	$G$ (Pa)	$G''$ (Pa)	$\rho$ (kg m <sup>-3</sup> )	$L_0$ (mm)	$D$ (mm)
Carbopol									
C02	0.2	3.9	3.2	0.50	28	5.0	1010	7.6	8
C035	0.35	8.4	5.1	0.50	47	7.3	1010	8.0	8
C05	0.5	14	8.0	0.50	61	8.9	1020	8.7	8
C1	1	24	11	0.50	85	12	1020	12	12
C2	2	52	18	0.50	135	21	1020	17.5	17
C3	3	92	32	0.50	270	36	1020	25	27
Bentonite									
B13	13	68	0.12	0.96	2400	60	1090	16	14
B15	15	124	0.16	0.96	3800	120	1090	29.5	27
Kaolin									
K51	51	50	36	0.36	37 000	6500	1630	20	20
K55	55	91	68	0.36	200 000	69 000	1630	26.5	27

TABLE 1. Properties of the fluids, drop size  $L_0$  and syringe diameters  $D$ .

tension because most measurement methods are corrupted by the fluid yield stress and elasticity. However, recent measurements in agar gels using surface-deformation spectroscopy confirm that the surface tension of aqueous gels is close to (but slightly lower than) that of water (Yoshitake *et al.* 2008). The value  $\sigma = 0.07 \text{ N m}^{-1}$  should therefore be taken as an upper bound for the real surface tension of our fluids.

Bulk rheological measurements of each fluid were made in a rotational Anton Paar MCR 501 controlled-stress rheometer. The samples were contained within a plate-and-cone geometry 5 cm in diameter. The tool surfaces were roughened to minimize wall slip, and special care was taken to avoid evaporation during the tests (Magnin & Piau 1990). We performed both steady-state shear and oscillatory measurements. In the steady-state measurements, the shear stress  $\tau$  was measured as function of the applied shear rate  $\dot{\gamma}$ , by decreasing the shear rate step-by-step in the range  $10^{-1}$ – $10^3 \text{ s}^{-1}$  and averaging the measured shear stress over 100 s. In the oscillatory measurements, a small sinusoidal shear strain was applied and the resulting shear stress measured. The in-phase and out-of-phase components of the response give the elastic shear modulus  $G$  and the viscous loss modulus  $G''$ , respectively.

Figure 1 presents typical steady-state flow curves for the three kinds of fluids. Each point represents an average over two samples (see § 2.2). We observe that all fluids display a yield stress and are shear-thinning above the flow threshold. The flow curves are fairly well represented by a Herschel–Bulkley model:  $\tau = \tau_c + K \dot{\gamma}^n$ , where  $\tau_c$  is the fluid yield stress,  $K$  the fluid consistency and  $n$  the flow index (Barnes *et al.* 1989). For bentonite, the Herschel–Bulkley model is less accurate, especially at low shear rates at which the stress appears to increase when the shear rate decreases. This stress minimum in the flow curve has been documented before and is likely related to the thixotropic nature of this fluid, which may cause flow inhomogeneities inside the sample at low shear rates (Pignon *et al.* 1996). Determinations of the Herschel–Bulkley parameters were obtained using a nonlinear parameter fitting, by fixing the value of  $n$  for each fluid. For bentonite, only the monotonic part of the flow curve has been fitted. We have checked that fitting the whole flow curve only results in small changes of the rheological parameters that do not modified the main results of the study. Values of the rheological parameters obtained for all fluids are

## Drop impact of yield-stress fluids

305

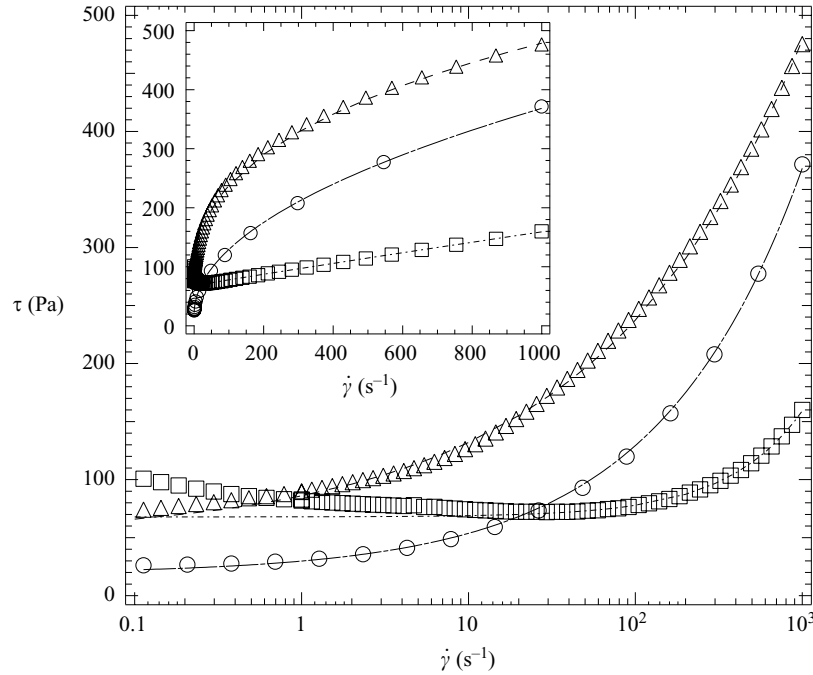


FIGURE 1. Examples of steady-state flow curves for each fluid in semi-log coordinates: kaolin 51 % ( $\Delta$ ), Carbopol 1 % ( $\circ$ ), bentonite 13 % ( $\square$ ). The continuous lines give the Herschel–Bulkley fit (see table 1). Inset: same data in lin–lin coordinates.

collected in table 1. As expected, both the yield stress and the consistency increase with the material concentration. All fluids show a similar yield stress, bentonite being less ‘viscous’ than kaolin and Carbopol. Note that the overall uncertainty on  $\tau_c$  and  $K$  is about 10 % due to material reproducibility and fitting procedure.

The elastic shear modulus  $G$  obtained from the oscillatory measurement is also given in table 1. It was shown to depend only weakly on the applied frequency (in the range 0.1–10 Hz) and strain amplitude, up to a critical strain  $\gamma_c$  corresponding to the flow threshold. Below the threshold, we may thus assume the shear modulus constant for each fluid and define the critical strain by  $\gamma_c \equiv \tau_c/G$ . Both the shear modulus and critical strain strongly depend on the material. Carbopol is very soft and typically remains elastic up to 25 % strain, whereas bentonite is more rigid and starts to flow above 3 % strain. The kaolin slurry is the most rigid material with a critical strain less than 0.1 %. Values for  $G$  in table 1 are obtained at frequency 1 Hz and amplitude strain 1 % (Carbopol) or 0.01 % (kaolin, bentonite). Uncertainties for  $G$  are about 7 % for Carbopol and 20 % for kaolin and bentonite. Note that below the flow threshold, the loss modulus  $G''$  for all fluids was 3–40 times smaller than the elastic shear modulus, showing that these materials are essentially elastic at low stresses (table 1; the values for the loss modulus are given at the same strain amplitudes and frequency than for the elastic modulus).

In the following, we will use the mechanical and rheological properties given in table 1 to analyse our impact experiments. However, for complex fluids, it is not obvious *a priori* that parameters deduced from simple shear flows are sufficient to describe more complex flow configurations such as drop impacts, which involve both shear and elongational flows. We have not performed elongational measurements of

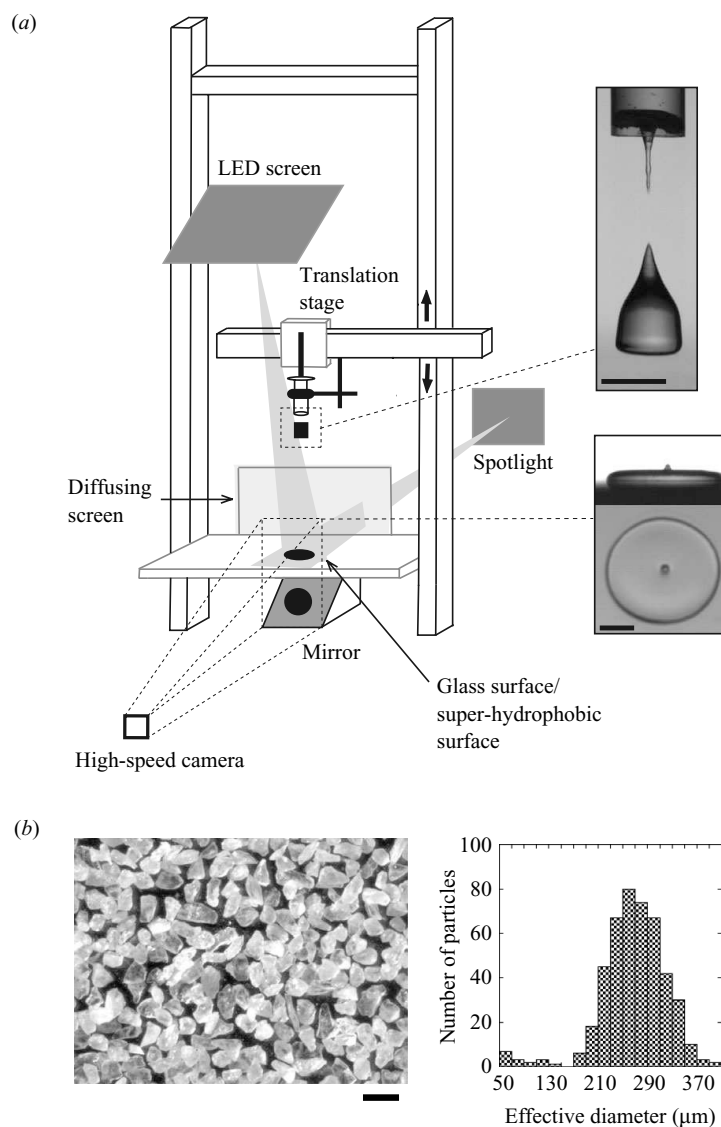


FIGURE 2. (a) Sketch of the experimental set-up and typical image obtained on the smooth glass surface. Scale bars, 12 mm. (b) Close-up view of the super-hydrophobic surface, made by gluing one layer of hydrophobic sand on the glass plane. The plot gives the distribution over 460 sand particles of the effective diameter, defined as  $\sqrt{4a/\pi}$ , where  $a$  is the projected area of the grain. Scale bars, 0.4 mm.

our fluids. However, several studies on clays and Carbopol suggest that rheological parameters measured in simple shear and uniaxial extension closely agree for these yield-stress fluids (O'Brien & Mackay 2002; Yarin *et al.* 2004; Mohamed Abdelhay, Chaouche & Van Damme 2008).

## 2.2. Impact experimental set-up

The experimental set-up of drop impact is sketched in figure 2(a). Drops are slowly extruded from a cut plastic syringe (inner diameter  $D = 8-27$  mm), using a motorized translation stage ( $1 \text{ mm s}^{-1}$ ). After a fall height 1–145 cm (giving an impacting velocity

$V_0 = 0.4\text{--}5.6 \text{ m s}^{-1}$ ), drops impinge on to a 1 cm thick and 50 cm wide rigid horizontal glass plate. The impact dynamics are visualized using a high-speed camera (Photron Fastcam APX RS, 5000 Hz,  $512 \times 1024$  pixels) with a microlens (Sigma 24–70 mm 1:2.8 EX DG). An inclined mirror settled under the glass surface allows monitoring both the side and bottom views at the same time. The drop is backlighted using an LED lighting screen (Phlox) and a 500 W spotlight through a diffusing paper. A typical image obtained with Carbopol 1 wt % is shown in figure 2(a). From the bottom view, the instantaneous drop's contact area  $A(t)$  is extracted using standard threshold and edge-detection algorithms (software ImageJ, <http://rsbweb.nih.gov/ij/>).

It is worth noting that in most experiments the Laplace pressure due to the surface tension  $\sigma/D$  is small compared to the fluid yield stress  $\tau_c$ . In this case, the shape and size of the extruded drop are not controlled by the surface tension but given by a complex balance between gravity, yield stress and extrusion speed (Coussot & Gaulard 2005), resulting in bottle-shaped drops (figure 2a). To define the initial drop size  $L_0$ , we thus averaged over 20 launches the drop weight  $m$  and defined  $L_0$  as the diameter of the equivalent sphere of same volume:  $L_0 \equiv (6m/\pi\rho)^{1/3}$  (table 1; the dispersion for each value ranges from 3 % to 13 %). Note that this quantity gives no information about the drop shape. In all the experiments, we have adjusted for each fluid the syringe diameter  $D$ , in order to get an aspect ratio  $L_0/D$  always close to 1 (table 1).

We performed experiments using two kinds of impacted surfaces: a partially wetting surface and a super-hydrophobic surface. The partially wetting surface was made of smooth float glass, with a water static contact angle of about  $42^\circ$ . The super-hydrophobic surface was made by gluing one layer of hydrophobic sand (supplied by the toys fabricant Tobar under the name 'Underwater Sculpting Sand') with a transparent spray on the glass surface (figure 2b). The sand-grain size distribution measured with a digital imaging system was observed to be approximately Gaussian with a mean effective diameter of  $265 \pm 55 \mu\text{m}$  (the error corresponds to the standard deviation; see figure 2b). The compactness of the glued granular layer, defined as the ratio between the projected area of the grains to the total area, was about  $0.8 \pm 0.05$ . The resulting textured surface was highly hydrophobic with a water contact angle close to  $180^\circ$ . It was also highly non-adhesive for all the yield-stress fluids used.

In this study, we adopted the following procedure in order to obtain reproducible measurements: First, to restrain structural ageing and/or external contamination, fluids were used by the week following their making and thoroughly mixed before the experiments. Their rheological properties were then averaged before and after each set of experiments, with typical fluctuations less than 10 %. Finally, for experiments with bentonite, which is thixotropic, suspensions were mixed and allowed to rest 1 min before filling the syringe and releasing the drop. Note that we did not change the resting time before the experiments systematically. The main effect of increasing the resting time is to increase the stress needed to start the flow and hence to modify the size and shape of the extruded bentonite drop (Coussot & Gaulard 2005). The interplay between this ageing and the rapid fluid rejuvenation during the impact is an interesting question that we leave for future studies.

### 3. Main observations

#### 3.1. Spreading dynamics and maximal drop deformation

Typical impact regimes observed with Carbopol drops on the smooth glass surface are shown in figure 3, where the impact velocity increases from top to bottom.

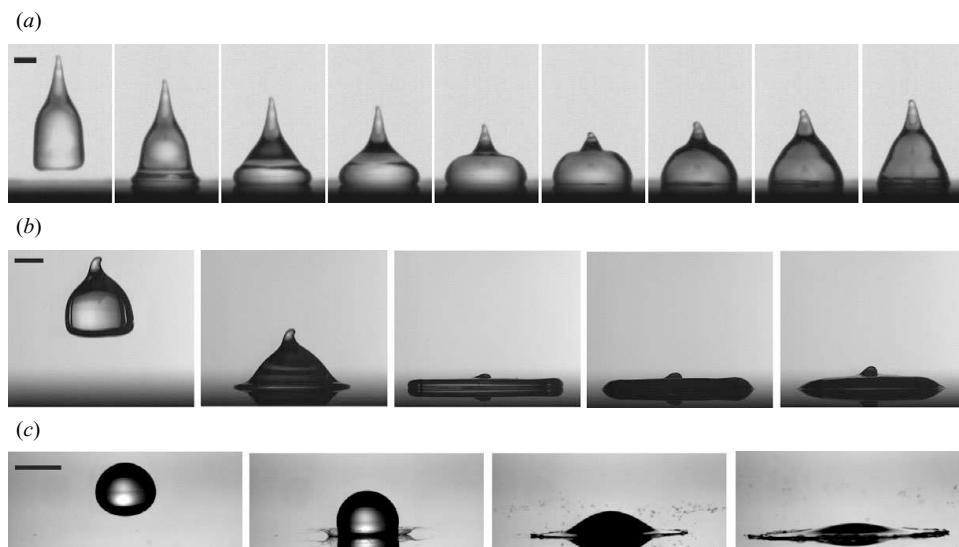


FIGURE 3. Typical impact sequences on a glass surface with Carbopol drops: (a) 1 wt%,  $V_0 = 0.5 \text{ m s}^{-1}$ ; (b) 1 wt%,  $V_0 = 2.1 \text{ m s}^{-1}$ ; (c) 0.2 wt%,  $V_0 = 4.3 \text{ m s}^{-1}$ . Time interval between the pictures: (a) 4 ms, (b) 5.6 ms, (c) 0.7 ms. Scale bars, 5 mm.

At low velocities, the drop only weakly deforms, and one observes elastic ringing waves propagating along the free surface after the impact (figure 3a). For higher velocities, the drop spreads out radially along the surface. A thin liquid layer first jets out sideways from beneath the drop, while the rest of the drop keeps collapsing downward. After a few ms, the drop shape takes the form of a flattened disc that continues to spread until it reaches a maximal diameter  $L_m$  (figure 3b). The free surface of the drop then flows back and oscillates, while the contact line remains anchored to the plane (figure 3b). Note that for kaolin and bentonite, similar behaviours are observed, except that the drops abruptly ‘freeze’ as soon as they reach their maximal deformation. Finally, for the largest velocities and/or lowest fluid concentrations, the spreading lamella may undergo a front instability that eventually yields to a splash of the drop (figure 3c). For Newtonian fluids, the splashing transition is complex and depends on many features such as surface roughness, wetting properties, fluid viscosity and even surrounding gas pressure (Rein 1993; Yarin 2006). Understanding this transition for yield-stress fluids is beyond the scope of this study. In the following, we rather focus on the stable spreading regime, where the drop has an axisymmetric shape. Note that in some cases, a slight asymmetry of the spreading layer is observed because the drop is tilted when impacting the surface (see for example figure 6). This initial inclination may promote the splashing transition but does not modify the spread factor. In the following, the instantaneous spread diameter of the drop  $L(t)$  will be accurately computed by  $L(t) \equiv \sqrt{4A(t)/\pi}$ , where  $A(t)$  is the measured drop’s contact area from below.

Although the spreading scenario is common to all fluids used, the maximal extent reached by an impinging drop does depend on the fluid characteristics and not only on the impact velocity. Figure 4 presents the maximal spread factor,  $L_m/L_0$ , as a function of impact velocity  $V_0$  for all fluids, drop sizes and impacted surfaces studied. The maximal spread factor varies from approximately 1.2 to 6 for the velocity range investigated. For a given material and velocity, the spread factor tends to decrease

## Drop impact of yield-stress fluids

309

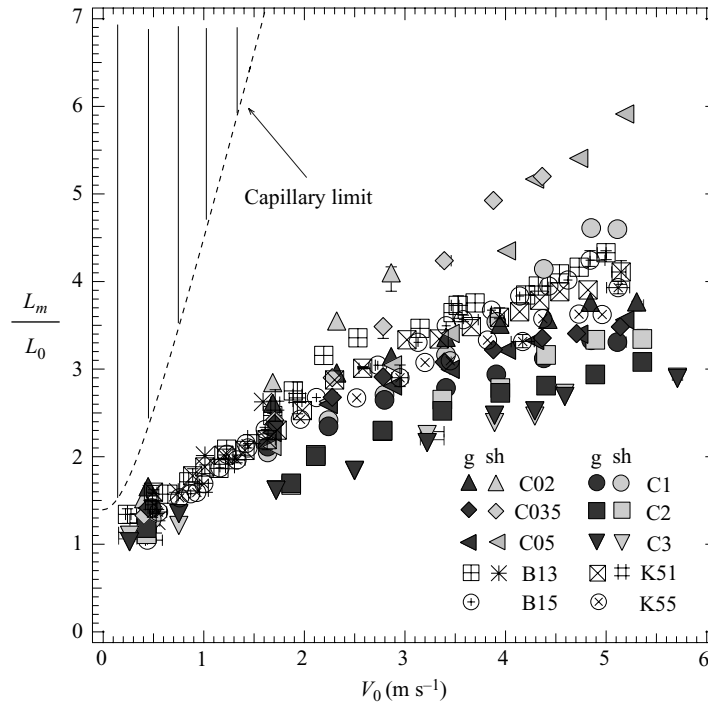


FIGURE 4. Maximal spread factor as a function of impact velocity for all fluids and impacted surfaces investigated: g, glass smooth surface; sh, super-hydrophobic surface. The error bars represent the dispersion over three drops. The dotted line gives a lower bound for the maximal spread factor limited by capillarity:  $L_{max}/L_0|_{cap} = [(4 + We/3)/(1 - \cos \theta)]^{1/2}$ , where  $We = \rho V_0^2 L_0 / \sigma$  is the Weber number and  $\theta$  the contact angle (Chandra & Avedisian 1991). To compute this theoretical limit, we take  $L_0 = 7.6$  mm,  $\rho = 1020$  kg m<sup>-3</sup> and  $\theta = 180^\circ$ , which correspond to the lowest values of  $L_{max}/L_0|_{cap}$  in our case.

when the suspension concentration increases. This concentration dependance is clear for Carbopol (see also figure 12a) but less obvious for clays, for which variations are within the experimental errors at low velocities ( $V_0 < 2$  m s<sup>-1</sup>). In figure 4, we also plot the maximal spread factor predicted when capillarity is the only mechanism that balances the initial kinetic energy (Chandra & Avedisian 1991). All data are well below this capillary limit, suggesting that bulk rheological properties, and not the surface tension, are controlling the arrest of drop spreading in our case. To confirm this hypothesis, we have performed further experiments using super-hydrophobic surfaces.

## 3.2. Viscoplastic coating versus giant elastic recoil

Figure 5 presents a typical dynamical sequence of a kaolin and a Carbopol drop impacting a super-hydrophobic surface at moderate velocity. We first observe that the spreading dynamics are very similar to the one observed on the smooth glass surface. In particular, the maximal drop deformation is identical in both cases. This result is general: as long as impact velocity is not too large, the spreading phase is independent of the impacted surface. For larger velocities, differences arise between the adhesive and non-adhesive surfaces; in particular, on super-hydrophobic surfaces, the splashing transition occurs sooner, and larger maximal deformations are observed (figure 4). We leave this point for future investigations.

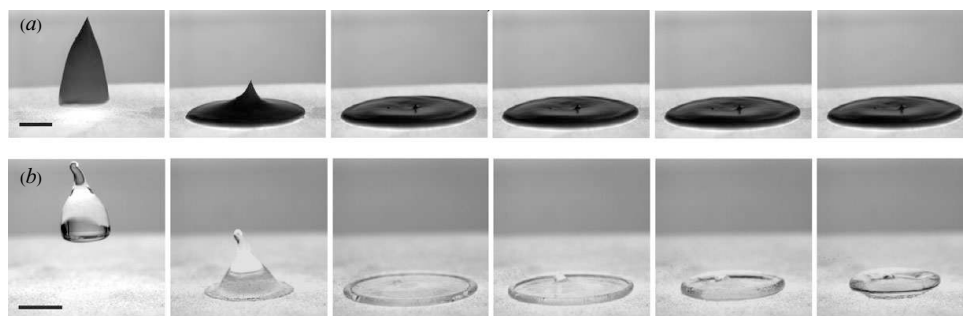


FIGURE 5. (a) Viscoplastic coating versus (b) giant elastic recoil on a super-hydrophobic surface: (a) 55 wt% kaolin drop, time interval between the pictures 7 ms; (b) 1 wt% Carbopol drop, time interval between the pictures 6 ms. In both cases, the impact velocity is  $V_0 = 2.8 \text{ m s}^{-1}$ . Scale bar, 1 cm.

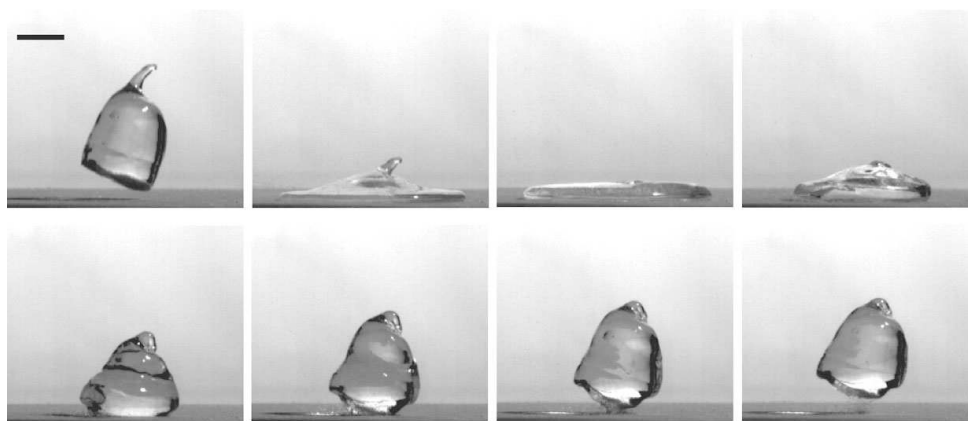


FIGURE 6. Bouncing of a 2 wt% Carbopol drop on a super-hydrophobic surface ( $V_0 = 2.4 \text{ m s}^{-1}$ ). Time interval between the pictures is 8 ms. Scale bars, 10 mm.

Although the spreading phase weakly depends upon the impacted surface and fluid used, the receding dynamics on super-hydrophobic surfaces reveal striking differences between the clay and Carbopol drops. For clay drops, we observe no receding at all, as shown in figure 5(a) (see online movie 1, go to [journals.cambridge.org/flm](http://journals.cambridge.org/flm)). Once it has reached its maximal extension, the drop maintains its flattened shape and irreversibly coats the plane, even though the surface is super-hydrophobic. This viscoplastic coating is peculiar to yield-stress fluids and confirms that in our cases the flow threshold is high enough to prevent the capillary retraction of the drop. However, impacts with Carbopol drops strongly contrast with this behaviour as shown in figure 5(b) (see online movie 2). In this case, after the spreading phase, strong and rapid recoil is always observed, which may even be followed by a complete rebound (figure 6 and online movie 3). A first possibility for this recoiling mechanism is the surface tension, as for Newtonian fluids. However, this is unlikely, since Carbopol drops have yield stresses comparable to those of the clays. A more appealing hypothesis is that Carbopol drops deform and retract elastically, much like a bouncing ball of gel (Tanaka, Yamazaki & Okumura 2003). However, within the range of impact velocity considered, the drop deformations are between 100 % and 500 %, which is much beyond the flow threshold deduced from the steady rheological measurements ( $\gamma_c \approx 25 \%$ ). This suggests that for Carbopol drops, viscoelastic effects occur: during



## Drop impact of yield-stress fluids

311

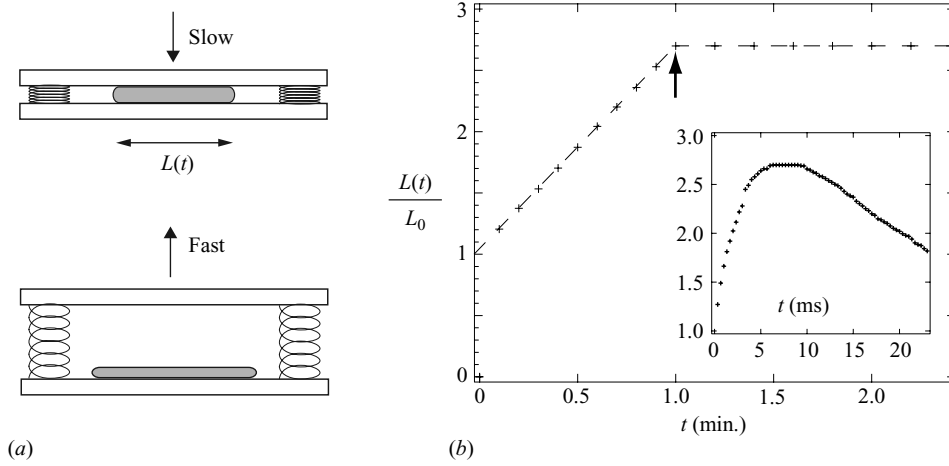


FIGURE 7. (a) Sketch of the experiment used to support the viscoelastic behaviour of Carbopol. A drop of Carbopol is quasi-statically squeezed between two super-hydrophobic surfaces and released by suddenly removing the upper plate. (b) Time evolution of the diameter of the drop during the experiment. The arrow indicates the sudden motion of the upper plate. For comparison, we give in the inset the dynamics of the same Carbopol drop (1 wt%) impacting a super-hydrophobic surface and reaching an identical maximal spread factor ( $V_0 = 2.8 \text{ m s}^{-1}$ ).

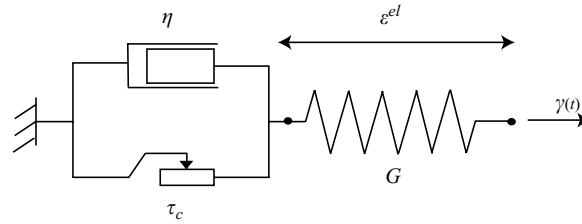


FIGURE 8. Mechanical representation of an elasto-viscoplastic fluid.

the rapid spreading phase, flow is faster than the fluid relaxation time, yielding giant elastic deformations on short time scales.

Further experiments on quasi-static squeezed drops supported this mechanism. To this end, Carbopol drops were slowly compressed between two super-hydrophobic surfaces up to a given spread factor (figure 7a). The upper plate was then suddenly removed, and the subsequent dynamics were recorded. We observe that, unlike impinging drops, these flattened drops never retract and keep their final shape (figure 7b). This experiment confirms that the surface tension alone cannot overcome the yield stress to recoil the drop. Besides, it highlights the crucial role of viscoelasticity in the case of Carbopol.

A simple mechanical analogue to this elasto-viscoplastic behaviour is presented in figure 8, where the fluid is represented by an elastic spring together with a solid friction and viscous elements in parallel. When displacements  $\gamma(t)$  occur on time scales much larger than the relaxation time scale  $\eta/G$ , the response is either purely elastic (below the threshold) or fully viscoplastic (above the threshold). By contrast, when  $\gamma(t)$  varies on time scales much shorter than the relaxation time, the response is always dominated by the elastic component, even far beyond the flow threshold. In the following, we extend this simple model to predict the different impact regimes and spreading laws observed.

#### 4. Elasto-viscoplastic model of inertial spreading

Our experimental observations imply that in order to predict the drop impact dynamics for all yield-stress fluids used, both the viscoplasticity and the elasticity of the material have to be taken into account within a time-dependant framework. Our aim in this section is to build a minimal model containing these ingredients. To this end, we will substitute the complex spatio-temporal impact dynamics for a much simpler, purely temporal model, where drop inertia is balanced by an elasto-viscoplastic basal stress inspired by recent works on the rheology of soft materials.

##### 4.1. Inertial spreading of a shallow disc

Most theoretical descriptions of Newtonian drops impacting a solid surface rely either on semi-empirical energy balances or on direct numerical simulations (Rein 1993; Yarin 2006). Simplified spatio-temporal models have also been proposed, based on lubrication equations (Yarin 2006) or variational methods (Kim & Chun 2001). To our knowledge, no such model exists in the case of yield-stress fluids.

Here, we consider the simplest time-dependent model of inertial spreading. The drop is modelled by a shallow disc (thickness  $h(t)$ , radius  $R(t)$ ) that spreads radially along the surface. Assuming the disc aspect ratio to be small (lubrication approximation) and integrating the mass and radial momentum balance across the depth gives (Appendix A)

$$\frac{dh}{dt} + 2\frac{Uh}{R} = 0, \quad (4.1)$$

$$\rho h \frac{dU}{dt} = -\tau_b, \quad (4.2)$$

where  $U \equiv dR/dt$  is the front velocity and  $\tau_b$  is the basal shear stress between the spreading drop and the solid plane. The first equation is the mass conservation for an incompressible disc. The second equation is the radial momentum balance, where the drop inertia is simply balanced by the basal shear stress. Here both the gravity spreading term and the surface tension force arising at the circumferential surface of the disc have been neglected. Those assumptions are reasonable in our case of high Froude numbers and high values of viscosity, yield stress and elasticity compared with the surface tension. We have also neglected any wetting phenomenon, such as hysteresis and dissipation at the contact line, that may affect the receding dynamics. We will return to this point in the conclusion.

Within this simple model, the spreading dynamics are mainly controlled by the expression of the basal shear stress, while the contribution of the radial and hoop stress is neglected. This is valid as long as the spreading drop is thin (lubrication approximation) and does not slip at the solid plane, such that the dominant shear is across the layer. For complex fluids, the no-slip assumption could be addressed, as these fluids often exhibit a slip velocity on smooth surfaces (Meeker *et al.* 2004). However, slip velocities usually reported in yield-stress fluids (about  $0.1 \text{ mm s}^{-1}$ ) are much smaller than the impact velocities (about  $1 \text{ m s}^{-1}$ ). This means that the shear rate at the base scales as  $\dot{\gamma} \approx U/h$ , which is much larger than the elongation rate  $U/R$  in the shallow limit. In the following, we thus assume the shear across the layer to be the dominant mode of the flow and discuss the choice of the basal shear stress, which embodies the fluid rheology.

## 4.2. Choice of the rheology

Constitutive laws for viscoplastic fluids that incorporate elasticity have been the subjects of several studies in the past (e.g. Schwedoff 1890; Tyabin & Trusov 1970; White 1979). Recently, there has been a renewal of such elasto-viscoplastic formulations applied to the rheology of soft disordered materials such as foams, emulsions and gels (Takeshi & Sekimoto 2005; Marmottant & Graner 2007; Saramito 2007; Bénito *et al.* 2008). The most classical way to introduce elasticity in a yield-stress fluid is to suppose a purely elastic behaviour below the yield stress and a purely viscoplastic behaviour above the yield stress (see for example Mujumdar, Beris & Metzner 2002 and the references therein). However, this description does not account for viscoelastic-like effects allowing the material to transiently store large elastic deformations, as observed in our case of drop impacts with Carpobol. To circumvent this, several studies have extended the classical description of viscoelastic fluids used in polymers solutions (Bird *et al.* 1987) to yield-stress materials. The most advanced models are those of Saramito 2007 and Bénito *et al.* 2008. In these approaches, the constitutive law is composed of two parts. First, the stress tensor is given by an elastic law. Secondly, there is a transport equation for the elastic deformation, stipulating that the deformation relaxes only when it is above a critical strain (i.e. a yield stress). These equations constitute a tensorial generalization of the mechanical model given in figure 8. In addition, Saramito's (2007) model is built to recover a Bingham constitutive law in the rigid limit. The great advantage of these full tensorial approaches is that they properly account for nonlinear effects such as finite deformations, elongational flows and normal stresses. They have been applied to simple unidirectional flows, such as uniaxial flows and simple or oscillatory shear flows (Saramito 2007; Bénito *et al.* 2008). However, these are difficult to solve in higher dimensions, even in basic configurations (Cheddadi *et al.* 2008). Moreover, they do not describe the Herschel–Bulkley shear-thinning observed in steady shear with our fluids.

Here we use a simple scalar version of Saramito's (2007) model for the basal shear stress, which we modify in order to recover a Herschel–Bulkley behaviour for steady flows. The basal shear stress  $\tau_b$  is written as

$$\tau_b = G\epsilon^{el}, \quad (4.3)$$

$$\text{with } \begin{cases} \frac{d\epsilon^{el}}{dt} = \dot{\gamma} & \text{if } |\epsilon^{el}| < \gamma_c, \\ = \dot{\gamma} - \frac{1}{\lambda} \frac{|\epsilon^{el}| - \gamma_c}{|\epsilon^{el}|} \epsilon^{el} & \text{if } |\epsilon^{el}| > \gamma_c. \end{cases} \quad (4.4)$$

The first equation assumes that the basal shear stress is given by an elastic Hooke law, where  $G$  is the elastic shear modulus and  $\epsilon^{el}$  the elastic shear deformation at the base;  $\gamma$  is the total shear strain such that  $\gamma = \epsilon^{el} + \epsilon^{vp}$ , where  $\epsilon^{vp}$  is the irreversible (viscoplastic) part of the total deformation. The second equation is a transport equation for the elastic deformation, where  $\dot{\gamma} \approx U/h$  is the basal shear rate. It indicates that as long as the elastic deformation is below the critical strain given by  $\gamma_c = \tau_c/G$ , the fluid behaves like an elastic solid. On the other hand, above the flow threshold, the evolution of the stored elastic deformation is decomposed into an advection term and a creeping term, where  $\lambda$  is a relaxation time scale.

This scalar law constitutes a straightforward extension to shear flows of the mechanical model presented in figure 8. For  $\gamma_c = 0$  (no yield stress), one recovers the usual Maxwell model for viscoelastic fluids:  $\dot{\tau}_b + (G/\eta)\tau_b = G\dot{\gamma}$ , where  $\eta \equiv G\lambda$

is the fluid viscosity. On the other hand, for a steady flow ( $d/dt=0$ ,  $\epsilon^{el} > \gamma_c$ ),  $\dot{\gamma} = (\epsilon^{el} - \gamma_c)/\lambda$ , and the basal shear stress reduces to a simple viscoplastic flow rule:  $\tau_b = G\gamma_c + (G\lambda)\dot{\gamma} = \tau_c + \eta\dot{\gamma}$ . For a constant relaxation time  $\lambda$ , the viscosity is constant, and one recovers a Bingham flow rule for steady flows (Saramito 2007). However, our fluids exhibit a Herschel–Bulkley behaviour for steady shear flows, such that  $\eta = K\dot{\gamma}^{n-1}$ . This is possible if the relaxation time satisfies  $G\lambda = K((\epsilon^{el} - \gamma_c)/\lambda)^{n-1}$ . To be compatible with the Herschel–Bulkley rheology of our fluids in steady shear, we therefore choose the following expression for the relaxation time:

$$\lambda = (K/G)^{1/n}(|\epsilon^{el}| - \gamma_c)^{(n-1)/n} \quad \text{if } |\epsilon^{el}| > \gamma_c, \quad (4.5)$$

where  $K$  is the fluid consistency and  $n$  is the flow index deduced from steady-state shear measurements. This choice is reminiscent of the White–Metzner model for describing shear-thinning in polymer solutions (Bird *et al.* 1987), where the relaxation time scales as  $\lambda = (K/G)\dot{\gamma}^{n-1}$ .

The full impact model is therefore given by the mass and momentum equations ((4.7) and (4.8)) together with the elasto-viscoplastic law ((4.3)–(4.5)). To integrate this system of ordinary differential equations, we assume that the drop is initially stress free,  $\epsilon^{el}|_0 = 0$ , with an initial shape  $R|_0 = L_0/2$  and  $h|_0 = (2/3)L_0$  (to ensure volume conservation). Assuming that the initial drop vertical velocity is equal to the impact velocity,  $dh/dt|_0 = V_0$ , and using the mass balance (4.7) gives the initial lateral velocity  $U|_0 = (R|_0/2h|_0)V_0 = (3/8)V_0$ . In the following, we non-dimensionalize the equations using the dimensionless variables

$$R = L_0\hat{R}, \quad h = L_0\hat{h}, \quad t = \frac{L_0}{V_0}\hat{t}, \quad U = V_0\hat{U}. \quad (4.6)$$

After dropping the hats, the dimensionless model is written as

$$\frac{dh}{dt} + 2\frac{Uh}{R} = 0, \quad (4.7)$$

$$h\frac{dU}{dt} = -\frac{\epsilon^{el}}{M^2}, \quad (4.8)$$

$$\begin{cases} \frac{d\epsilon^{el}}{dt} = \frac{U}{h} & \text{if } |\epsilon^{el}| < \gamma_c, \\ \frac{d\epsilon^{el}}{dt} = \frac{U}{h} - \frac{1}{De}(|\epsilon^{el}| - \gamma_c)^{1/n} \frac{\epsilon^{el}}{|\epsilon^{el}|} & \text{if } |\epsilon^{el}| > \gamma_c, \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\epsilon^{el}|_0 = 0, \quad R|_0 = 1/2, \quad h|_0 = 2/3, \quad U|_0 = 3/8, \quad \text{at } t = 0. \quad (4.10)$$

We note that the drop dynamics are entirely governed by three dimensionless numbers, plus  $n$ , given by

$$M = \frac{V_0}{\sqrt{G/\rho}}, \quad \gamma_c = \frac{\tau_c}{G}, \quad De = \frac{V_0(K/G)^{1/n}}{L_0}. \quad (4.11)$$

The elastic Mach number  $M$  gives the ratio of the impact velocity  $V_0$  to the speed of the elastic shear waves  $\sqrt{G/\rho}$ . The critical strain  $\gamma_c$  is the ratio of the fluid yield stress to the elastic shear modulus. Finally, the Deborah number  $De$  is the ratio of a characteristic fluid relaxation time  $(K/G)^{1/n}$  to a characteristic impact time  $L_0/V_0$ . In the limit of small Deborah numbers, the elastic deformations relax on time scales much shorter than the impact time, meaning that the flow behaviour is mainly viscoplastic. On the other hand, in the limit of large Deborah numbers, elastic

deformations have no time to relax during the impact. In this case, the behaviour is mainly elastic, even above the flow threshold.

Our model of inertial spreading therefore contains the main physical ingredients that control the drop impact dynamics of a yield-stress fluid: the balance between inertia and bulk stresses, together with an elasto-viscoplastic rheology. However, we emphasize that this purely temporal approach constitutes a very rough simplification of the complex spatio-temporal dynamics observed during the drop impact. In particular, the assumed cylindrical drop shape and the shallow-water hypothesis are not satisfied at early times, where strong thickness gradients and finite aspect ratios occur. Another crude simplification concerns the expression for the basal stress. We estimated all flow fields at the plane in a dimensional way (e.g.  $\dot{\gamma} \approx U/h$ ), without solving the flow within the spreading layer. In addition, when computing the rate of elastic deformations, we have omitted the nonlinear time derivatives (e.g. upper-convected) arising at finite deformations (Bird *et al.* 1987; Saramito 2007; Bénito *et al.* 2008). These points will be briefly addressed in the conclusion.

#### 4.3. Predicted dynamics and impact regimes

Before comparing our model with the experimental results, we discuss in this section its main predictions. For simplicity, the flow index is fixed to  $n=0.6$ . Figure 9(a–c) presents three typical time evolutions of the normalized drop diameter predicted by the model and obtained for different values of the elastic Mach number  $M$ , critical strain  $\gamma_c$  and Deborah number  $De$ . These dynamics correspond to the three main impact regimes predicted by the model. In figure 9(a), the elastic Mach number is small and the critical strain is large, so that the yield stress is never reached during the spreading dynamics ( $\gamma = \epsilon^{el}$ ,  $\epsilon^{vp} = 0$ ). In this case, the drop remains in the solid–elastic regime and undergoes small oscillations about its initial diameter. These oscillations do not decay, since no damping exists in the model below the threshold. At the other extreme, figure 9(b) illustrates a large irreversible spreading of the drop obtained when the elastic Mach number is large, the critical strain small and the Deborah number small. In this case, the shear stress far exceeds the yield stress, and most of the initial kinetic energy is dissipated by viscoplasticity ( $\gamma \approx \epsilon^{vp} \gg \epsilon^{el}$ ). The last regime is presented in figure 9(c). In this case, the elastic Mach number is large as well, so that the shear stress exceeds the yield stress during the spreading phase. However, the Deborah number is no longer small. As a consequence, the drop no longer stops once it reaches its maximal extension but strongly recoils up to its initial diameter, before oscillating with a smaller amplitude. This situation corresponds to the case in which the spreading time is short compared to the relaxation time, so that elastic deformations dominate the flow even above the yield stress. (In figure 9c, the maximal elastic deformation  $\epsilon_m^{el} = 270\%$  is larger than the irreversible deformation at the maximal drop extension  $\epsilon_m^{vp} = 150\%$ .) This regime is called the liquid–elastic regime in the following. Note that in this case of large elastic recoils, the drop diameter may reach negative values during the receding phase for some parameters. This unphysical prediction of the model results from the lubrication assumption, which neglects the terms that prevent the drop collapsing when  $R \rightarrow 0$ .

A closer investigation of the model shows that the transition between the different regimes are controlled by two important dimensionless groups (figure 9d). First, as long as the ratio between the elastic Mach number and the critical strain,  $M/\gamma_c = V_0 \sqrt{\rho G}/\tau_c$ , is below a critical value (solid line in figure 9d), the drop is below the flow threshold, and the behaviour is purely elastic (solid–elastic regime). On the other hand, for  $M/\gamma_c > 2$ , the basal stress overcomes the yield stress during

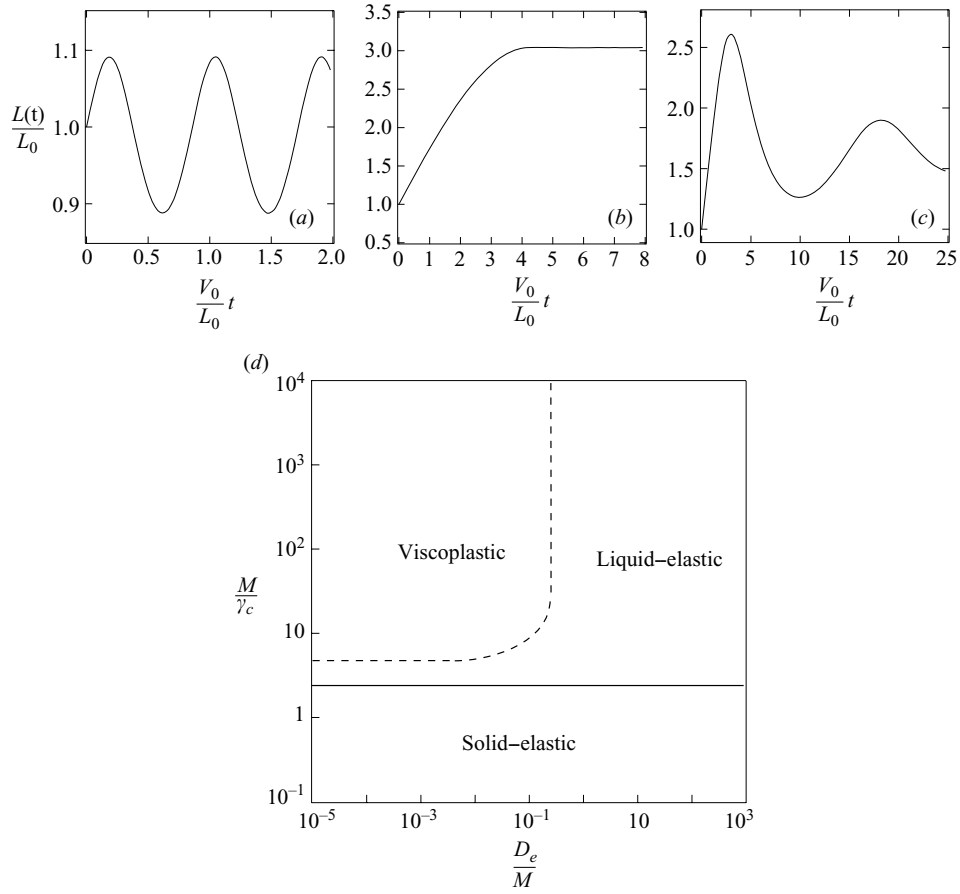


FIGURE 9. Time evolutions of the normalized drop diameter (a–c) and impact regimes (d) predicted by the model ( $n=0.6$ ). (a) Solid–elastic regime:  $M=0.2$ ,  $\gamma_c=1$ ,  $De=0.1$ . (b) Viscoplastic regime:  $M=1$ ,  $\gamma_c=0.01$ ,  $De=10^{-6}$ . (c) Liquid–elastic regime:  $M=10$ ,  $\gamma_c=0.1$ ,  $De=4$ . (d) The solid line is the solid–liquid transition (below this line,  $\epsilon^{vp}=0$ ). The dotted line is the boundary between the viscoplastic and liquid–elastic regime given by  $\epsilon_m^{el}=\epsilon_m^{vp}$ .

the spreading phase. The viscoplastic or liquid–elastic regime observation then depends on the ratio between the Deborah number and the elastic Mach number:  $De/M = K^{1/n}/(\rho L_0^2 G^{2-n/n})^{1/2}$ . For small  $De/M$ , the impact kinetic energy is mostly dissipated by the fluid viscoplasticity, yielding irreversible spreading and coating (viscoplastic regime). By contrast, for large  $De/M$ , the drop deformations remain elastic and reversible above the flow threshold due to viscoelastic effects (liquid–elastic regime). In figure 9(d), the boundary between the viscoplastic and liquid–elastic regime is plotted for  $n=0.6$  (dotted line). In this case, the boundary does not depend on the value of the critical strain  $\gamma_c$ . For other values of  $n$ , the previous discussion remains valid, but the boundary depends upon  $\gamma_c$  (see § 5.1 and figure 11).

Our analysis shows that the transition between the viscoplastic and liquid–elastic regime is essentially controlled by  $De/M$ , which does not depend on the impact velocity. This number may be interpreted as the ratio between the viscous relaxation time  $(K/G)^{1/n}$  and the elastic mode of vibration of the drop  $L_0/\sqrt{G/\rho}$ . In this sense, this number is an elastic analogue to the so-called Ohnesorge number  $Oh = \eta/(\rho\sigma L_0)^{1/2}$ , which compares the viscous damping time to the capillary period

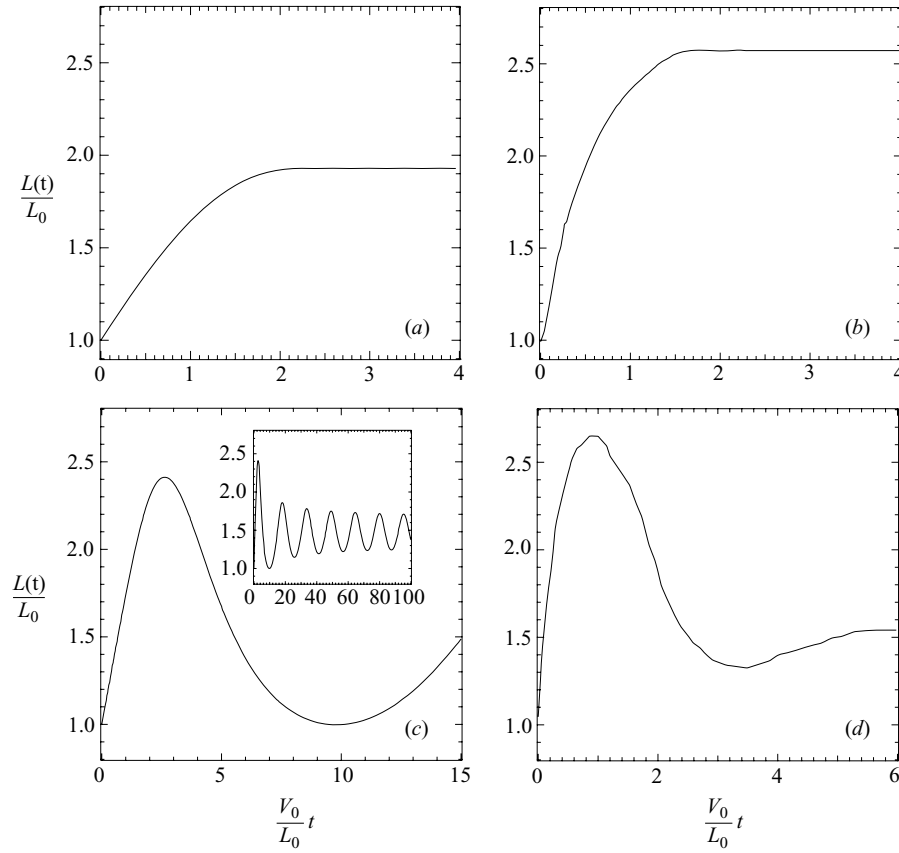


FIGURE 10. Comparison between the spreading dynamics predicted by the model (*a, c*) and the experimental measurements (*b, d*) for two set of parameters:  $M = 0.357$ ,  $\gamma_c = 0.0014$ ,  $De = 3.7 \cdot 10^{-7}$ ,  $n = 0.36$  (*a* and *b*, kaolin 51 wt%,  $V_0 = 1.7 \text{ m s}^{-1}$ ) and  $M = 7.95$ ,  $\gamma_c = 0.28$ ,  $De = 3.26$ ,  $n = 0.5$  (*c* and *d*, Carbopol 1 wt%,  $V_0 = 2.3 \text{ m.s}^{-1}$ ).

of oscillation of a drop. The Ohnesorge number is well known to play an important role in characterizing the recoiling motion of Newtonian drops (Kim & Chun 2001; Yarin 2006). It is therefore not surprising that  $De/M$  plays a similar role for the irreversible coating versus receding transition in our case.

## 5. Comparison with experiments

In this section, we compare the previous model with the experimental measurements. To this end, the elastic Mach number  $M$ , the critical strain  $\gamma_c$ , the Deborah number  $De$  and the flow index  $n$  introduced in the model are computed from the measured impact velocity  $V_0$  and fluid properties given in table 1. Therefore, no fitting parameter exists when we compare the model with the experimental results.

### 5.1. Typical dynamics and phase diagram

Typical comparisons between the model and the experiments for the spreading dynamics are given in figure 10 for two sets of dimensionless parameters. Experimentally, the first set of parameters corresponds to the impact of a kaolin drop, while the second corresponds to the impact of a Carbopol drop, both measured on the super-hydrophobic surface (to avoid wetting issues not included in the model). The

main result is that the model captures both kinds of dynamics when the experimental values of the dimensionless numbers are introduced in the simulations. For the kaolin case, the drop spreads up to a maximum radius and no longer evolves: all the initial kinetic energy has been dissipated by the viscoplastic friction at the base (figure 10a, b). By contrast, for the Carbopol drop, strong recoil is predicted and observed (figure 10c, d). This corresponds to the liquid–elastic regime, where most of the initial kinetic energy has been converted into elastic energy; though the stress far exceeds the yield stress in this case (the maximal total deformation is  $\gamma_m \approx 330\%$ , while the maximal elastic deformation is  $\epsilon_m^{el} \approx 220\%$ , to be compared with the critical strain for Carbopol  $\gamma_c = 28\%$ ). Despite this similitude between the model and the experiments, the prediction is not quantitative. In particular, the spreading time is systematically overestimated in the theory. The model also lacks a damping mechanism to suppress the elastic ringing below the flow threshold (figure 10c, inset). Nevertheless, the agreement may be regarded as reasonable, considering the simplicity of the model and the fact that no free parameters exists.

In figure 11, we present the phase diagrams predicted by the model for the three kinds of fluids used. In all cases, the solid–liquid transition is the same; however the boundary between the viscoplastic and liquid–elastic regime differs due to different values of  $\gamma_c$  and  $n$ . In these diagrams, we also indicate the values of  $M/\gamma_c$  and  $De/M$  for all fluids and impact velocities investigated experimentally. We first observe that all experiments (except one) occur above the solid–liquid transition. This means that the impact velocity is always large enough to overcome the yield stress in our experimental conditions. In addition, we observe that kaolin and bentonite drop impacts all belong to the viscoplastic regime, whereas most of the experiments with Carbopol belong to the liquid–elastic regime.

### 5.2. Liquid–elastic regime: Carbopol

The previous phase diagrams suggest that Carbopol impacts are mainly controlled by elasticity. To test this, we present in figure 12 the maximal spread factor measured for Carbopol impacts on the glass surface as a function of the elastic Mach number  $M = V_0/\sqrt{G/\rho}$ , for all concentrations and impact velocities investigated. The main result is that all data collapse on a master curve. This demonstrates the crucial role of elasticity in the case of Carbopol, even though the flow threshold is greatly exceeded during the impacts. In addition, we observe a rather good quantitative agreement between the model prediction and the experiments.

We can understand the relation between the maximal spread factor and the elastic Mach number  $M$ , using simple dimensional arguments and energy conservation. Assuming that the initial kinetic energy is entirely converted into elastic energy, we obtain  $\rho L_0^3 V_0^2 \sim G L_0^3 \epsilon_m^{el2}$ , where  $\epsilon_m^{el} \sim L_m/h$  is the elastic shear strain at the maximal deformation and  $h$  the thickness of the maximal drop. Using volume conservation ( $L_0^3 \sim h L_m^2$ ) yields

$$L_m \sim L_0 M^{1/3}. \quad (5.1)$$

The predicted scaling is close to the one obtained experimentally and in the model:  $L_m \sim L_0 M^{0.35 \pm 0.01}$  (dashed line in figure 12b). The slight difference with the ideal elastic prediction likely results from viscous dissipation. (The Carbopol domain is close to the viscoplastic/liquid–elastic transition; see figure 11.) However, this is difficult to assess owing to the limited range of elastic Mach numbers experimentally accessible.

It is worth noting that the  $M^{1/3}$  law is *a priori* valid when the elastic deformations are dominated by the thickness of the drop  $h$ , i.e. for a material that adheres to the



## Drop impact of yield-stress fluids

319

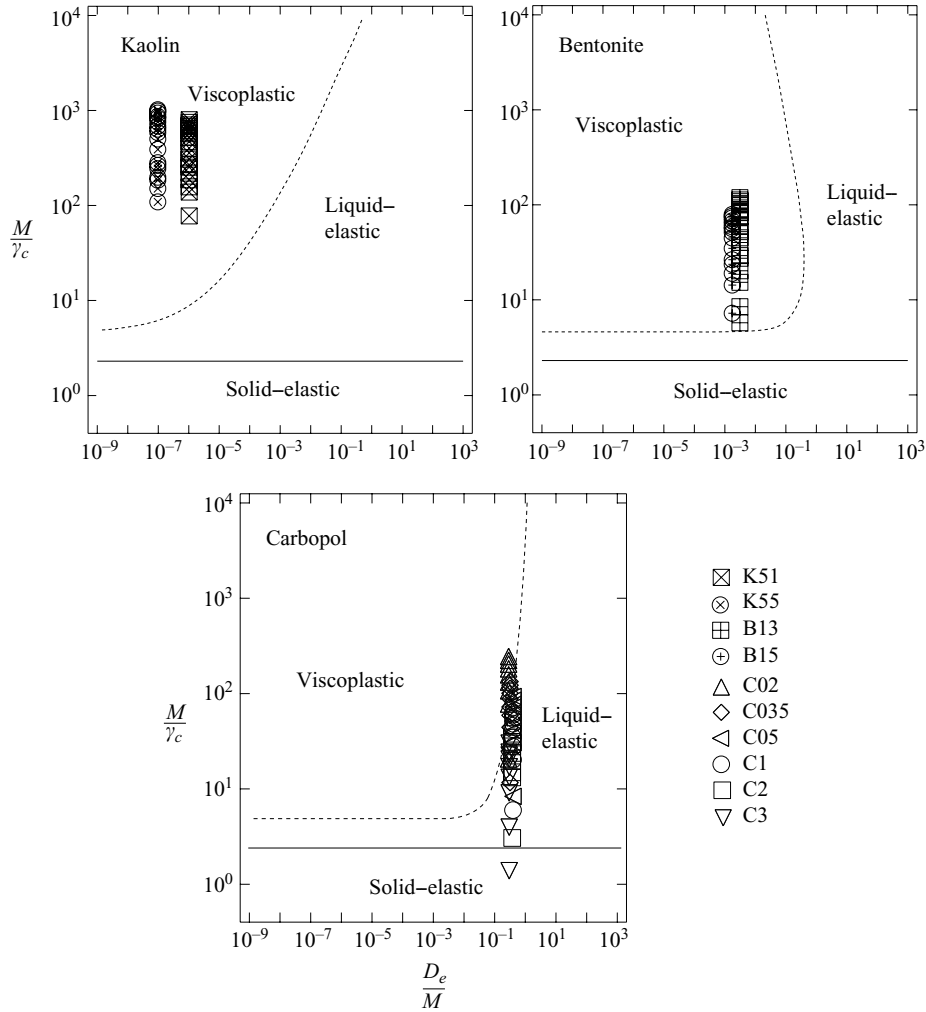


FIGURE 11. Impact regimes predicted by the model in the  $(M/\gamma_c - De/M)$  plane together with experimental values of  $M/\gamma_c$  and  $De/M$  for kaolin, bentonite and Carbopol (symbols). The boundary between the viscoplastic and liquid-elastic regime (dotted line) is computed for each fluid using:  $\gamma_c = 0.001$ ,  $n = 0.36$  (kaolin);  $\gamma_c = 0.03$ ,  $n = 0.96$  (bentonite);  $\gamma_c = 0.25$ ,  $n = 0.5$  (Carbopol).

plane and for large deformations ( $M \gg 1$ ). For smaller deformations ( $M \sim 1$ ) and/or large slip velocity, the elastic deformation should rather scale as  $\epsilon_m^{el} \sim (L_m - L_0)/L_0$ , yielding  $(L_m - L_0)/L_0 \sim M$  (Tanaka *et al.* 2003). Finally, in the low-velocity limit ( $M \ll 1$ ), elastic deformations are localized within the contact area, and impact dynamics strongly depend on the precise geometry of the object (Johnson 1985).

## 5.3. Viscoplastic regime: clays

Unlike Carbopol, experiments with clays and the phase diagrams in figure 11 suggest that during the spreading phase all the initial kinetic energy is irreversibly dissipated. For Newtonian fluids, this ‘viscous’ regime of spreading is controlled by the Reynolds number,  $Re \equiv \rho V_0 L_0 / \eta$  ( $\eta$  is the fluid viscosity), and the maximal spread factor is predicted to scale as  $L_m \sim L_0 Re^{1/5}$  (Chandra & Avedisian 1991; Rein 1993). In our case, this classical viscous law of spreading should be modified because the fluids are

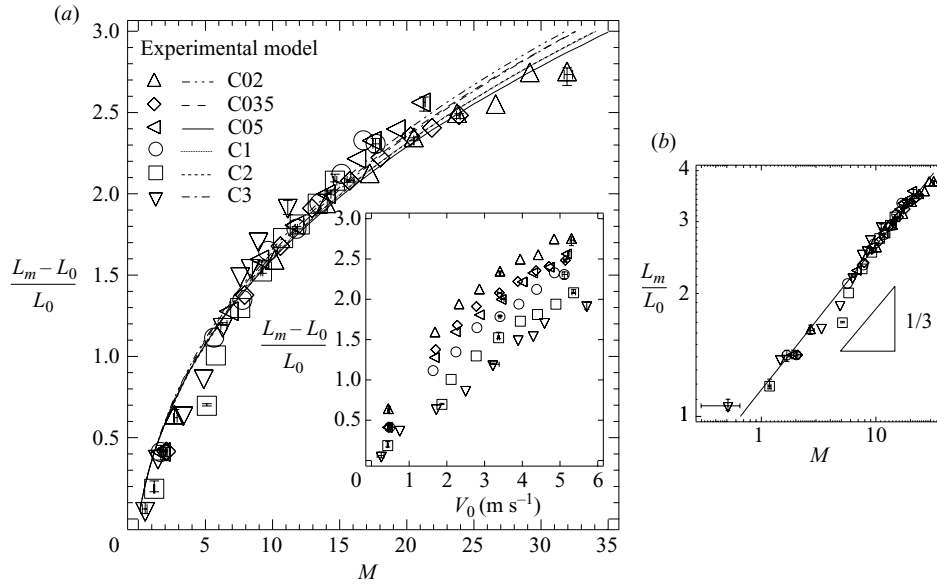


FIGURE 12. (a) Relative deformation  $(L_m - L_0)/L_0$  versus the elastic Mach number  $M$ , for Carbopol drops on glass smooth surface, measured in experiments (symbols) and predicted by the model (lines). Inset : relative deformation as a function of impact velocity. (b) Same data for the maximal spread factor versus the elastic Mach number in log-log. The solid line is the experimental data fit giving the law  $L_m \sim L_0 M^{0.35 \pm 0.01}$ .

shear-thinning above the threshold. Assuming  $\eta = K \dot{\gamma}^{n-1} \sim K(V_0/h)^{n-1}$ , where  $h$  is the thickness of the maximal drop, and using volume conservation ( $L_0^3 \sim h L_m^2$ ) yields

$$L_m \sim L_0 Re_n^{1/(2n+3)}, \quad (5.2)$$

where  $Re_n \equiv \rho V_0^{2-n} L_0^n / K$  is a generalized Reynolds number.

In figure 13, we present the maximal spread factor as a function of  $Re_n^{1/(2n+3)}$  for kaolin and bentonite drops, together with previous (see Clanet *et al.* 2004) and new experiments with Newtonian fluids. The main result is that both kaolin and Newtonian fluid data present a straight line of slope 1 in log-log, showing the relevance of the generalized viscous law (5.2). However, they do not collapse on the same curve, the maximal spread factor of kaolin drops being systematically higher ( $\sim 25\%$ ) than those of Newtonian drops. A similar discrepancy is obtained when one compares the model predictions to the experiments with kaolin. Again, the model underestimates the spreading by 30 % but predicts the correct scaling law with the generalized Reynolds number. This quantitative difference could result from the model approximations. However, the fact that the model quantitatively agrees with Newtonian fluids suggests a more fundamental explanation. In particular, kaolin viscosity during impact could be actually lower than the one we measured in steady-state rheometry, due to transient effects such as coupling between microstructure orientation and flow (Pignon *et al.* 1997).

The second main observation in figure 13 is that bentonite does not follow the generalized viscous law (5.2). In this case, the velocity dependence of the maximal spread factor ( $\sim V_0^{0.50 \pm 0.1}$ ) is much higher than the one expected for a spreading limited by viscosity ( $\sim V_0^{2-n/2n+3} \sim V_0^{0.21}$  with  $n=0.96$ ). A plausible explanation for this behaviour is that, unlike kaolin, impacts with bentonite are dominated by the yield

## Drop impact of yield-stress fluids

321

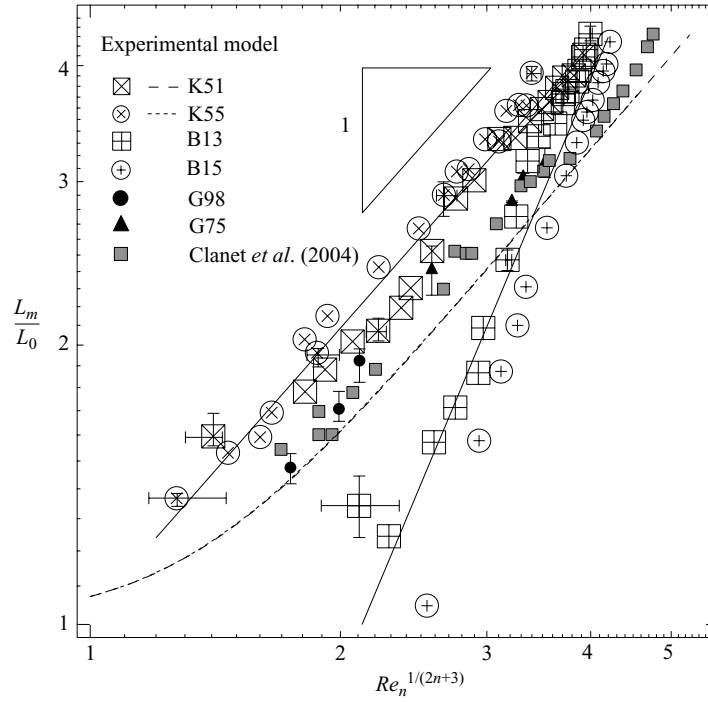


FIGURE 13. Maximal spread factor versus  $Re_n^{1/(2n+3)}$ , for kaolin and bentonite clays (open symbols) and for Newtonian drops (filled symbols) of two glycerol aqueous solutions concentrated at 75 % ( $\eta = 44$  mPa s, G75) and 98 % ( $\eta = 472$  mPa s, G98), and results imported from Clanet *et al.* 2004. The dashed lines are the model predictions for the kaolin. The solid lines are power law fit of the experiments for kaolin (slope  $1.0 \pm 0.05$ ) and bentonite (slope  $2.1 \pm 0.1$ ).

stress, leading to a shear-rate-independent dissipation mechanism. Such hypothesis is supported by the estimation of the impact Bingham number  $Bi \equiv \tau_c L_0^n / K V_0^n$  for both fluids, which compares the yield stress to the typical impact viscous stress. For kaolin drops, we always have  $Bi < 0.5$ , whereas for bentonite drops  $Bi > 3$ . For a spreading controlled by the yield stress ('plastic' regime), the maximal spread factor can simply be predicted by balancing the initial kinetic energy with the plastic work (of order  $\tau_c L_m^3$ ), yielding

$$L_m \sim L_0 Y^{2/3}, \quad (5.3)$$

where  $Y \equiv V_0 / \sqrt{\tau_c / \rho}$ .

The number  $Y$  (or its square) is well known in strength-dominated impact of solids and compares the typical impact pressure to the material yield stress (Johnson 1985). In figure 14, we plot the data for bentonite as a function of this new dimensionless number together with the model prediction. The agreement between the model and the experiments is reasonable. Moreover, the spread factor velocity dependence is closer to the ideal plastic regime predicted by (5.3).

We expect the transition between the plastic and viscous regimes to occur when the spread factor predicted by the plastic law (5.3) equates the one given by the viscous law (5.2) (by analogy with the capillary/viscous transition discussed by Clanet *et al.* 2004). This defines a critical velocity  $V_c \equiv \tau_c^{(2n+3)/7n} L_0^{3/7} K^{-3/7n} \rho^{-2/7}$  above which the spreading is limited by viscosity and below which it is limited by plasticity. The transition between the plastic and viscous regimes is shown in figure 15, where we

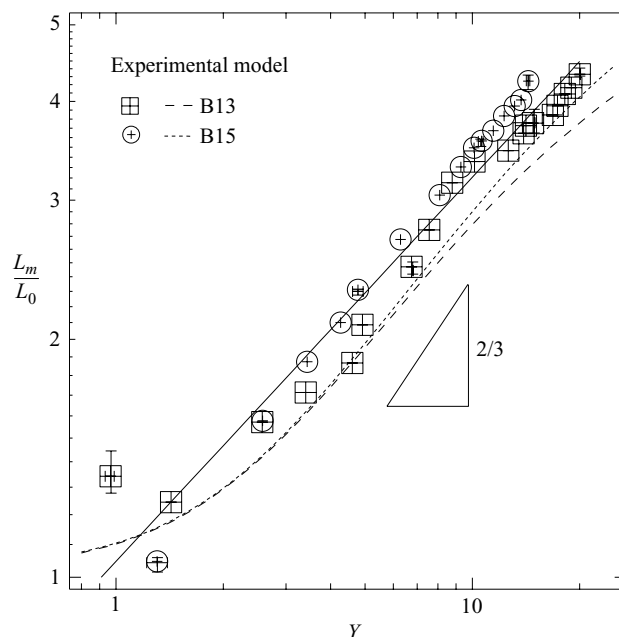


FIGURE 14. Maximal spread factor versus the number  $Y \equiv V_0/\sqrt{\tau_c/\rho}$  for bentonite drops, measured (symbols) and predicted (dashed lines). The solid line is the power law fit of the experimental data (slope  $0.5 \pm 0.1$ ).

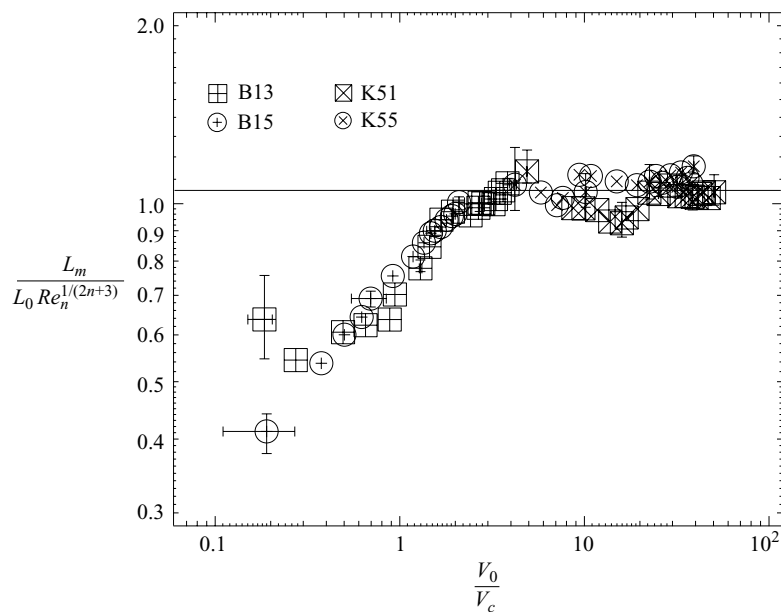


FIGURE 15. Dimensionless viscous extension (where the maximal spreading  $L_m$  is normalized by the maximal spreading in the viscous regime  $L_0 Re_n^{1/(2n+3)}$ ) versus the impact velocity normalized by the critical viscoplastic velocity  $V_0/V_c$ , for kaolin and bentonite drops. The transition occurs for  $V_0 \approx 4V_c$ .

plot the dimensionless viscous extension  $L_m/(L_0 Re_n^{1/(2n+3)})$  as function of  $V_0/V_c$  for all experiments with bentonite and kaolin. We observe that the transition is well defined and occurs for  $V_0/V_c \approx 4$ . As expected, data corresponding to bentonite belong to the plastic regime ( $V_0 < 4V_c$ ), whereas data for kaolin all belong to the viscous regime ( $V_0 > 4V_c$ ).

## 6. Conclusion

In this paper, the dynamics of drops of yield-stress fluids impacting solid surfaces have been investigated using different model fluids (clay suspensions, Carbopol microgel) and impacted surfaces (partially wetting, super-hydrophobic). We first show that very different impact regimes may be observed, depending on the rheological and mechanical properties of the fluids. For ‘stiff’ materials (clays), viscoplastic effects dissipate most of the initial kinetic energy during the spreading phase. If the yield stress is large enough to overcome the surface tension, the spreading drop irreversibly coats the surface, irrespective of its wetting property. By contrast, for ‘soft viscous’ materials (Carbopol), deformations during the impact remain elastic even far above the yield stress, leading to giant elastic spreading and recoil on the super-hydrophobic surfaces. The second main result is that a simple temporal model of spreading combining the drop inertia with an elasto-viscoplastic rheology allows predicting the different regimes observed within a single framework. In addition, semi-quantitative agreements between theory and experiments have been obtained for the maximal spread factor without any fitting parameter, when the measured impact velocity, drop size and fluid rheology were introduced in the model. Our results could therefore be useful to design applications involving the drop impact of yield-stress materials, such as coating processes and solid inkjet printing (Lewis 2006).

Impact experiments with Carbopol have shown that elasticity may play a crucial role in the hydrodynamics of yield-stress fluids, even when the flow deformations are far above the yield stress. This is caused by the highly unsteady flow during the impact, which prevents the elastic deformations to relax. Such viscoelastic-like effects, typical of polymer solutions, are quite difficult to measure for yield-stress fluids in standard rheometers. In this sense, our study of drop impacts has offered a means to probe the short-time rheology of these complex fluids. It is worth noting that the coupling between elasticity and flow deformation is not restricted to transient flows. Normal stresses and extensional viscosity are other consequences of this interplay that could affect the flow of yield-stress fluids in complex configurations. Recent works have begun to investigate this issue in confined geometries (Cheddadi *et al.* 2008). It would be interesting to extend these studies to free surface flows, such as avalanches down inclined planes and free surface instabilities.

Among the different issues raised by our study, the first one concerns the improvement of the model used to describe the drop impact dynamics. Our first approach intended to capture the main physical ingredients. However, it oversimplified the complex spatio-temporal dynamics observed during impact. In particular, the assumed cylindrical drop shape and the shallow-water hypothesis are not valid at early stages, where high vertical velocities and strong thickness gradients are observed. A first improvement of the model could be to split the collapsing drop into a central zone, where the vertical velocity dominates, and a lateral zone, where the shallow-water hypothesis applies (Roisman, Rioboo & Tropea 2002; Larrieu, Staron & Hinch 2006). Another possibility could be to use modified depth-averaged equations that take into account the vertical momentum balance (Boussinesq-type models). However,

all these approaches eventually require the knowledge of the internal velocity field, which may be obtained only by direct numerical simulations. The second improvement concerns the rheology. In this study, we used the simplest elasto-viscoplastic scalar law compatible with a shear-thinning behaviour. However, this approach does not take into account the nonlinear (e.g. upper-convected) derivatives arising in a full tensorial formulation (Bird *et al.* 1987; Saramito 2007). These terms generate a coupling between the shear flow and extensional flow that could strongly affect the impact dynamics. In addition, more complicated choices for the elastic tensor law and the relaxation term could be foreseen (Bénito *et al.* 2008). Finally, we have not considered other rheological features such as thixotropy and coupling between flow and microstructure orientation, which may affect the dynamics of unsteady flows (Coussot *et al.* 2005; Balmforth, Forterre & Pouliquen 2008). Clearly, incorporating all these rheological refinements in a full numerical simulation represents a serious challenge. However, we believe that the relative success of our simple model constitutes an encouragement to test more realistic constitutive laws in precise numerical modelling.

Another question brought up by this study concerns the influence of wetting properties on the interfacial flows of yield-stress fluids. In the beginning of the paper, we suggested that these properties might play a minor role due to the flow threshold. However, our results undermine this assertion. First, the receding dynamics of Carbopol impacts are clearly affected by the wetting properties of the impacted surface. On super-hydrophobic surfaces we observe a strong elastic recoil, whereas on partially wetting surfaces this elastic recoil is inhibited by the contact line dynamics, which remains anchored at the plane. This extra dissipation at the contact line could be enhanced for such a complex fluid due to a subtle interplay between the contact line hysteresis and normal stress differences (Bartolo *et al.* 2007). Secondly, we observe that the spreading dynamics at high impact speeds are also affected by the wetting properties of the impacted surface. Besides promoting the splashing transition as in classical Newtonian fluids, impacts on super-hydrophobic surfaces show a striking phenomenon with Carbopol: above a critical speed, the spread factor becomes much larger than on the glass surface. To our knowledge, this behaviour has never been reported with Newtonian fluids, for which the impact spread factor is unaffected by the use of textured hydrophobic surfaces (Clanet *et al.* 2004). Is this ‘super-spreading’ the signature of a giant slip velocity between the yield-stress fluid and the super-hydrophobic surface? Does it result from the stabilization of the splashing instability due to viscoelastic effects? We will address these questions in a future work.

Finally, it would be interesting to extend the present study to yield-stress fluid impacts on soft surfaces made of the same material. In this case, both the projectile and the hitting ground may liquefy during the collision, before solidifying again once the kinetic energy is dissipated. This behaviour is reminiscent of impact crater formation in geophysics or in ballistic impact, although other phenomena such as heating, melting and fracture complicate the picture (Melosh 1989). Assuming an impacting body of size  $L_0 \approx 1$  km and speed  $V_0 \approx 1$  km s<sup>-1</sup> striking a surface planet of density  $\rho \approx 3000$  kg m<sup>-3</sup>, yield-strength  $\tau_c \approx 10^7$  Pa, Young modulus  $G \approx 10^9$  Pa and viscosity  $\eta \approx 10^9$  Pa s (Melosh 1989) gives an elastic Mach number  $M \approx 20$ , a critical strain  $\gamma_c \approx 10^{-2}$  and a Deborah number  $De \approx 1$ . In this study, we have seen that such parameters are easily obtained with standard yield-stress fluids. Investigating the hydrodynamics of crater formation with those materials could therefore help to get insight into the complex process of impact cratering in planetary science.

We thank Pierre Philippe (CEMAGREF, Aix-en-Provence) for providing us the kaolin clay and Jean-Michel Perret who performed several preliminary measurements. It is also a pleasure to thank Pascale Aussilous, Guillaume Chambon, Sergey Gavriluk, Assia Ghemmour, Guillaume Ovarlez, Olivier Pouliquen and Pierre Saramito for enlightening discussions.

### Appendix A. Derivation of the inertial spreading model

The axisymmetric Saint-Venant mass and momentum conservation equations for an incompressible flow read (without gravity and surface tension)

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r u h}{\partial r} = 0, \quad (\text{A } 1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial h u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r h u^2}{\partial r} \right) = -\tau_b, \quad (\text{A } 2)$$

where  $h(r, t)$  is the local thickness,  $u(r, t)$  the depth-averaged velocity and  $\tau_b$  the basal shear stress (de Saint-Venant 1871; Witham 1974; Larrieu *et al.* 2006). The main assumption to derive these equations is that the drop aspect ratio  $h/R$  is small (shallow-water hypothesis). This allows to neglect both the inertial pressure terms and the radial and hoop stresses. In addition, the acceleration term is simplified assuming  $(1/h) \int_0^h \tilde{u}^2(r, z, t) dz \approx u^2(r, t)$ , where  $\tilde{u}(r, z, t)$  is the depth velocity profile. In this paper, we model the spreading drop by a disc of radius  $R(t)$  and uniform thickness  $h(t)$ . In this case, the mass conservation equation implies (since there is no divergence of velocity at  $r=0$ )

$$u(r, t) = -\frac{r}{2h} \frac{dh}{dt}. \quad (\text{A } 3)$$

Substituting this expression into the Saint-Venant equations (A 1)–(A 2) at  $r = R(t)$  yields

$$\frac{dh}{dt} + 2 \frac{hU}{R} = 0, \quad (\text{A } 4)$$

$$\rho h \frac{dU}{dt} = -\tau_b, \quad (\text{A } 5)$$

where  $U = u(R(t), t)$  is the front velocity.

### REFERENCES

- AWERBUCH, N. J. & BODNER, S. R. 1974 Experimental investigation of normal perforation of projectile in metallic plates. *Intl J. Solids Struct.* **10**, 685–699.
- BALMFORTH, N. J., FORTERRE, Y. & POULIQUEN, O. 2009 The viscoplastic Stokes layer. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **158**, 46–53.
- BALMFORTH, N. J. & FRIGAARD, I. 2007 Viscoplastic fluids: from theory to application. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **142**, 1–244.
- BARNES, H. A., HUTTON, J. F. & WALTERS, K. 1989 *An Introduction to Rheology*. Elsevier.
- BARTOLO, D., BOUDAUD, A., NARCY, G. & BONN, D. 2007 Dynamics of non-Newtonian droplets. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 174502.
- BÉNITO, S., BRUNEAU, C.-H., COLIN, T., GAY, C. & MOLINO, F. 2008 An elasto-visco-plastic model for immortal foams or emulsions. *Eur. Phys. J. E* **25**, 225–251.
- BIRD, R. B., ARMSTRONG, R. C. & HASSAGER, O. 1987 *Dynamics of Polymeric Liquids: Fluid Mechanics*, vol. 1. John Wiley.

326

*L.-H. Luu and Y. Forterre*

- BUSSMANN, M., CHANDRA, S. & MOSTAGHIMI, J. 2000 Modeling the splash of a droplet impacting a solid surface. *Phys. Fluids* **12**, 3121–3132.
- DE BRUYN, J. R., HABDAS, P. & KIM, S. 2002 Fingering instability of a sheet of yield-stress fluid. *Phys. Rev. E* **66**, 031504.
- CHAMBON, G., GHEMMOUR, A. & LAIGLE, D. 2009 Gravity-driven surges of a viscoplastic fluid: an experimental study. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **158**, 54–62.
- CHANDRA, S. & AVEDISIAN, C. T. 1991 On the collision of a droplet with a solid surface. *Proc. R. Soc. Lond. A* **432**, 13–41.
- CHEDDADI, I., SARAMITO, P., RAUFASTE, C., MARMOTTANT, P. & GRANER, F. 2008 Numerical modelling of foam Couette flows. *Eur. Phys. J. E* **432**, 123–133.
- CLANET, C., BÉGUIN, C., RICHARD, D. & QUÉRÉ, D. 2004 Maximal deformation of an impacting drop. *J. Fluid Mech.* **517**, 199–208.
- COOPER-WHITE, J. J., CROOKS, R. C. & BOGER, D. V. 2002 A drop impact study of worm-like viscoelastic surfactants solutions. *Colloids Surf. A* **210**, 105–123.
- COUSSOT, P. 1994 Steady, laminar, flow of concentrated mud suspension in open channel. *J. Hydraul. Res.* **32**, 535–559.
- COUSSOT, P. 2005 *Rheometry of Pastes, Suspensions and Granular Materials*. Wiley Interscience.
- COUSSOT, P. & GAULARD, F. 2005 Gravity flow instability of viscoplastic materials: The ketchup drip. *Phys. Rev. E* **72**, 031409.
- COUSSOT, P., ROUSSEL, N., JARNY, S. & CHANSON, H. 2005 Continuous or catastrophic solid–liquid transition in jammed systems. *Phys. Fluids* **17**, 011704.
- CROSSLAND, B. 1982 *Explosive Welding of Metals and Its Applications*. Oxford Science.
- JOHNSON, K. L. 1985 *Contact Mechanics*. Cambridge University Press.
- KIM, H.-Y. & CHUN, J.-H. 2001 The recoiling of liquid droplets upon collision with solid surfaces. *Phys. Fluids* **13**, 643–659.
- LARRIERE, E., STARON, L. & HINCH, E. J. 2006 Raining into shallow water as a description of the collapse of a column of grains. *J. Fluid Mech.* **554**, 259–270.
- LEWIS, J. A. 2006 Direct ink writing of three-dimensional functional materials. *Adv. Funct. Mater.* **16**, 2193–2204.
- MAGNIN, A. & PIAU, J. M. 1990 Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids: study of an aqueous gel. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **36**, 85–108.
- MARMOTTANT, P. & GRANER, F. 2007 An elastic, plastic, viscous model for slow shear of a liquid foam. *Eur. Phys. J. E* **23**, 337–347.
- MEEKER, S. P., BONNECAZE, R. T. & CLOITRE, M. 2004 Slip and flow in soft particle pastes. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 198302.
- MELOSH, H. J. 1989 *Impact Cratering: A Geologic Process*. Oxford University Press.
- MOHAMED ABDELHAYE, Y. O., CHAOUICHE, M. & VAN DAMME, H. 2008 The tackiness of smectite muds. Part 1. The dilute regime. *Appl. Clay Sci.* **42**, 163–167.
- MUJUMDAR, A., BERIS, A. N. & METZNER, A. B. 2002 Transient phenomena in thixotropic systems. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **102**, 157–178.
- NIGEN, S. 2005 Experimental investigation of the impact of an (apparent) yield-stress material. *Atom. Sprays* **15**, 103–117.
- O'BRIEN, V. T. & MACKAY, M. 2002 Shear and elongation flow properties of kaolin suspensions. *J. Rheol.* **46**, 557–572.
- VAN OLPHEN, H. 1977 *An Introduction to Clay Colloid Chemistry*, 2nd edn. Wiley.
- OPPONG, F. K., RUBATAT, L., FRISKEIN, B. J., BAILEY, A. E. & DE BRUYN, J. R. 2006 Microrheology and structure of a yield-stress polymer gel. *Phys. Rev. E* **73**, 041405.
- OSMOND, D. I. & GRIFFITHS, R. W. 2001 The static shape of yield strength fluids slowly emplaced on slopes. *J. Geophys. Res.* **106**, 16241–16250.
- PEIXINHO, J., NOUAR, C., DESAUBRY, C. & THÉRON, B. 2005 Laminar transitional and turbulent flow of yield stress fluid in a pipe. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **128**, 172–184.
- PIAU, J. M. 2007 Carbopol gels: elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges; meso-and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **144**, 1–29.
- PIGNON, F., MAGNIN, A. & PIAU, J.-M. 1996 Thixotropic colloidal suspensions and flow curves with minimum: identification of flow regimes and rheometric consequences. *J. Rheol.* **40**, 573–587.



## Drop impact of yield-stress fluids

327

- PIGNON, F., MAGNIN, A. & PIAU, J.-M. 1997 Butterfly light scattering pattern and rheology of a sheared thixotropic clay gel. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4689–4692.
- REIN, M. 1993 Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces. *Fluid. Dyn. Res.* **12**, 61–93.
- RENARDY, Y., POPINET, S., DUCHEMIN, L., RENARDY, M., ZALESKI, S., JOSSEAND, C., DRUMWRIGHT-CLARKE, M. A., RICHARD, D., CLANET, C. & QUÉRÉ, D. 2003 Pyramidal and toroidal water drops after impact a solid surface. *J. Fluid Mech.* **484**, 69–83.
- RIEBER, M. & FROHN, A. 1999 A numerical study of the mechanism of splashing. *Intl J. Heat Fluid Flow* **20**, 455–461.
- ROISMAN, I. V., RIOBOO, R. & TROPEA, C. 2002 Normal impact of a liquid drop on dry surface: model for spreading and receding. *Proc. R. Soc. Lond. A* **458**, 1411–1430.
- DE SAINT-VENANT, A. J. C. 1871 Théorie du mouvement non-permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit. *C. R. Acad. Sci. Paris* **73**, 147–154.
- SARAMITO, P. 2007 A new constitutive equation for elastoviscoplastic fluid flows *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **145**, 1–14.
- SCHWEDOFF, T. 1890 Experimental researches on the cohesion of liquids. Part 2. Viscosity of liquids. *J. Phys.* **9**, 34–46.
- TABUTEAU, H., COUSSOT, P. & DE BRUYN, J. R. 2007 Drag force on a sphere in steady motion through a yield-stress fluid. *J. Rheol.* **51**, 125–137.
- TANAKA, Y., YAMAZAKI, Y. & OKUMURA, K. 2003 Bouncing gel balls: impact of soft gels onto rigid surface. *Europhys. Lett.* **63**, 149–155.
- TAKESHI, O. & SEKIMOTO, K. 2005 Internal stress in a model elastoplastic fluid. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 108301.
- THORODDSEN, S. T. & SAKAKIBARA, J. 1998 Evolution of the fingering pattern of an impacting drop. *Phys. Fluids* **10**, 1359–1373.
- TYABIN, N. V. & TRUSOV, S. A. 1970 Theory of the flow of an elastoviscoplastic medium. *J. Engng Thermophys.* **18**, 716–723.
- WHITE, J. L. 1979 A plastic-viscoelastic constitutive equation to represent the rheological behaviour of concentrated suspensions of small particles in polymer melts *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **5**, 177.
- WITHAM, G. B. 1974 *Linear and Nonlinear Waves*. Wiley Interscience.
- XU, L., ZHANG, W. W. & NIGEL, S. R. 2005 Drop splashing on a dry smooth surface. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 184505.
- YARIN, A. L. 2006 Drop impact dynamics: splashing, spreading, receding, bouncing . . . *Annu. Rev. Fluid. Mech.* **38**, 159–192.
- YARIN, A. L., RUBIN, M. B. & ROISMAN, I. V. 1995 Penetration of a rigid projectile into an elastic-plastic target of finite thickness. *Intl J. Impact Engng* **16**, 801–831.
- YARIN, A. L., ZUSSMAN, E., THERON, A., RAHIMI, S., SOBE, Z. & HASAN D. 2004 Elongational behaviour of gelled propellant simulants. *J. Rheol.* **48**, 101–116.
- YOSHITAKE, Y., MITANI, S., SAKAI, K. & TAKAGI, K. 2008 Surface tension and elasticity of gel studied with laser-induced surface deformation spectroscopy. *Phys. Rev. E* **78**, 041405.



# Chapitre 4

## Étalements géants et réduction de traînée apparente

Dans le chapitre précédent, nous sommes parvenus à prédire le diamètre maximal  $L_m$  de gouttes de fluides à seuil impactant une surface solide. Cependant, la comparaison entre l'expérience et le modèle concerne uniquement les données d'impacts sur la surface en verre. En fait, tant que les vitesses d'impact sont modérées, nous avons vu que la phase d'étalement dépend peu de la surface d'impact. En particulier, la taille maximale de la goutte est la même sur le verre ou les surfaces recouvertes de particules hydrophobes. La situation est très différente aux grandes vitesses. Dans ce régime, nous avons observé un phénomène de super-étalement de la goutte sur les surfaces super-hydrophobes, qui n'a pas d'équivalent chez les fluides newtoniens.

Nous présentons dans ce chapitre les résultats expérimentaux concernant cette réduction apparente de la friction basale sur des surfaces complexes. Une interprétation en termes de longueur de glissement ou d'instabilité de splash est suggérée, bien que notre compréhension reste parcellaire.

### 4.1 Premières observations

La figure 4.1 montre la dynamique d'étalement d'une goutte de Carbopol 1 wt% impactant à grande vitesse, soit une surface de verre (gauche), soit une surface super-hydrophobe recouverte de *Magic Sand* (droite). La différence est frappante. Alors que la goutte perd très rapidement de la vitesse et s'étale peu sur la surface de verre, elle continue de s'étaler sur la surface traitée jusqu'à atteindre un diamètre presque deux fois plus grand, avant de se rétracter (figure 4.2a). La dynamique de l'épaisseur de la lamelle lors de l'étalement reflète également cette différence (figure 4.2b). Celle-ci est difficile à obtenir directement mais a pu être estimée par conservation de la masse et par une modélisation géométrique de la goutte

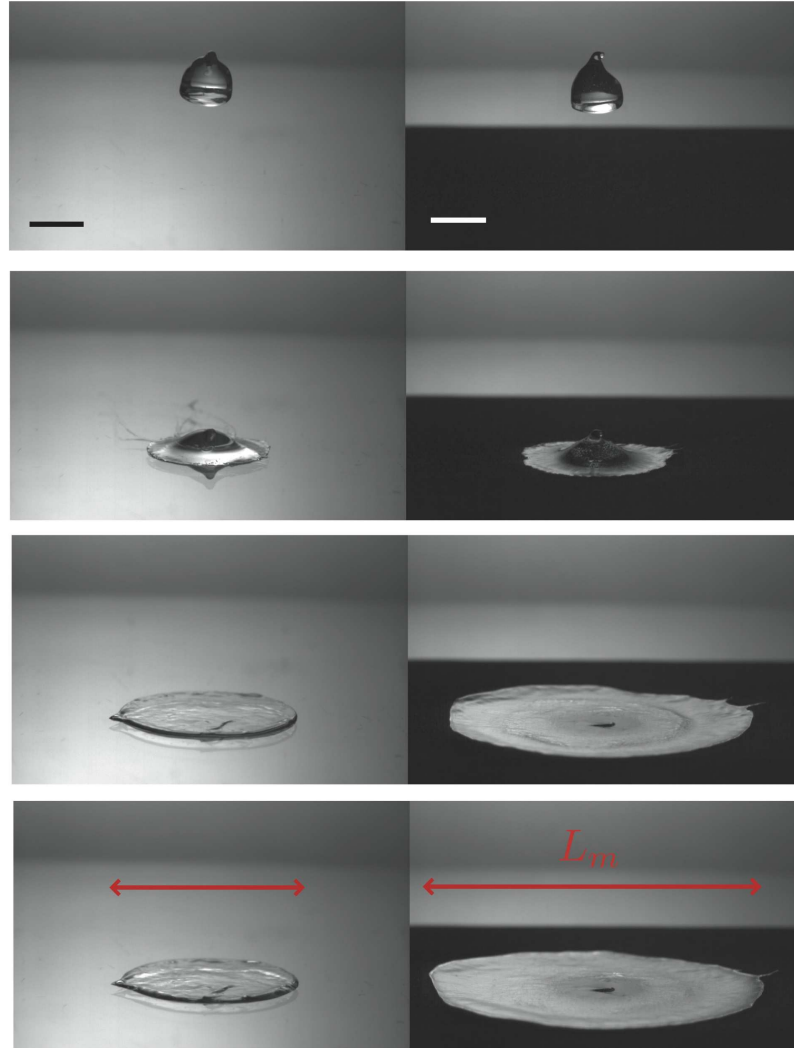


FIGURE 4.1 – Impact d’une goutte de Carbopol 1 wt% ( $L_0 = 22$  mm) impactant à la vitesse  $V_0 = 6 \text{ m.s}^{-1}$  ( $M = 19$ ) une surface en verre (gauche) et une surface rugueuse hydrophobe (droite) (taille de grains  $d = 125 \text{ }\mu\text{m}$ ). L’intervalle de temps entre chaque image est de 7.3 ms. La barre d’échelle est 2 cm.

lors de l’impact (méthode détaillée par la suite). La phase initiale d’impact, lorsque l’impulsion verticale de la goutte est transférée latéralement dans la lamelle, est similaire sur les deux surfaces. En revanche, sur le verre, l’étalement s’arrête quasiment quand le sommet de la goutte atteint la lamelle, tandis qu’il continue sur la surface rugueuse hydrophobe. Il en résulte une diminution importante de l’épaisseur de la lamelle. On remarque que cette épaisseur est de l’ordre de  $300 \text{ }\mu\text{m}$  quand le diamètre de la goutte atteint sa valeur maximale.

Cette valeur est du même ordre que la rugosité de la surface. Nous reviendrons sur ce point important par la suite.

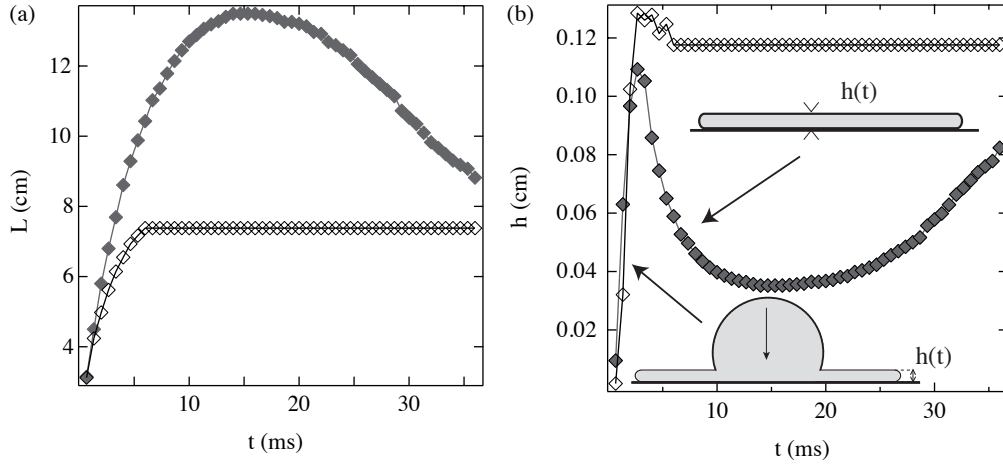


FIGURE 4.2 – Dynamique d’impact correspondant à la séquence de la figure 4.1 : (a) diamètre  $L$  et (b) épaisseur  $h$  en fonction du temps, sur le verre (symboles vides) et sur la surface rugueuse hydrophobe (symboles pleins).

L’observation précédente s’effectue pour une grande gamme de vitesses et de concentrations comme le montre la figure 4.3, qui donne la déformation maximale normalisée  $(L_m - L_0)/L_0$  en fonction du nombre de Mach élastique pour toutes les concentrations de Carbopol étudiées dans le chapitre précédent. Aux faibles nombres de Mach, les points sur le verre et la surface super-hydrophobe se rassemblent tous. Par contre, au-delà d’un certain Mach critique, la différence entre la déformation maximale sur le verre et sur la surface traitée augmente progressivement. Deux tendances nettes se dégagent. D’une part, l’étalement sur le verre suit la loi analysée dans le chapitre précédent en  $M^{1/3}$ . D’autre part, les impacts sur le *Magic Sand* semblent se rassembler sur une fonction qui dépend plus fortement de  $M$ .

À notre connaissance, ce phénomène de super-étalement sur des surfaces complexes n’est observé ni avec les fluides newtoniens, ni avec les solutions diluées de polymères. Ainsi, l’étude de [Clanet *et al.* 2004] sur l’impact de fluides newtoniens en régime capillaire ou visqueux ne relève aucune différence significative entre l’extension inertielle maximale de la goutte sur une surface super-hydrophobe microtexturée et une surface lisse partiellement mouillante. Une étude récente montre même un effet opposé dans le cas d’impact de gouttes d’eau à faible vitesse ([Vadillo *et al.* 2009]), ce qui s’explique simplement par le gain d’énergie de surface. Si la surface affecte peu la déformation maximale d’une goutte à grande vitesse, il est bien connu que l’instabilité de “splash” d’une goutte dépend fortement de la nature rugueuse ou super-hydrophobe de la surface d’impact. Nous avons vu dans l’introduction que cette

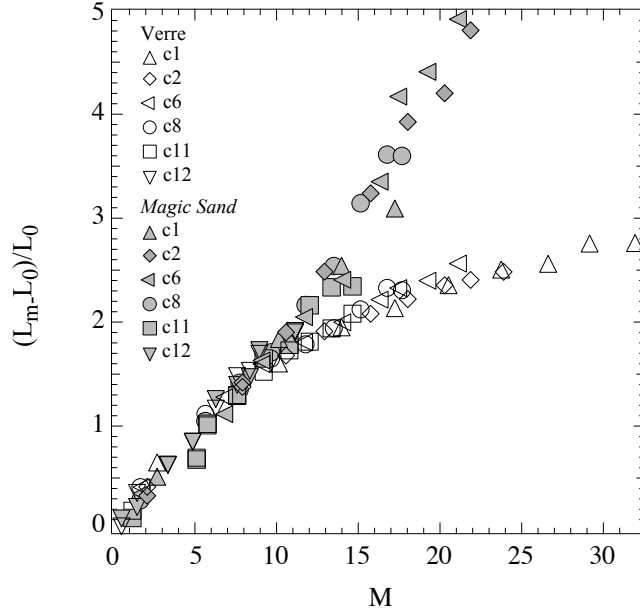


FIGURE 4.3 – Déformation maximale normalisée  $(L_m - L_0)/L_0$  en fonction du nombre de Mach élastique  $M$  pour du Carbopol de 0.2 wt% à 3 wt% (table 1 de l’article chapt. 4.6) sur la surface en verre et sur la surface recouverte de *Magic sand* ( $d = 222 \mu\text{m}$ ).

instabilité apparaît pour un nombre  $K = We^{4/5} Re^{2/5}$  critique, de l’ordre de 1000 sur des surfaces rugueuses ([Yarin 2006, Cossali *et al.* 1997]). Dans le cas de l’impact de Carbopol de la figure 4.1, on peut estimer le nombre  $K$  à partir du nombre de Weber et du nombre de Reynolds généralisé donné au chapitre 3 (eq. 3.19). On trouve  $K \sim 10^4$ , c’est-à-dire bien au-delà du seuil de splash d’un fluide classique. Le fait que la goutte de Carbopol reste stable dans notre cas est à rapprocher d’études avec d’autres fluides complexes, qui montrent que l’ajout de polymères dans une solution augmente le seuil  $K$  ([Crooks & Boger 2000]).

Pour conclure ces observations préliminaires, notons que l’existence d’un étalement géant peut s’interpréter comme une réduction effective du frottement basal sur les surfaces rugueuses et super-hydrophobes. En effet, si l’on suppose comme dans le chapitre précédent que l’étalement maximal de la goutte est fixé par un équilibre entre l’énergie cinétique initiale et le travail de la contrainte tangentielle entre la surface et la goutte,  $\tau_b$ , on trouve :  $(1/2)\rho(\pi L_0^3/6)V_0^2 \sim (\tau_b L_m^2)L_m$ , soit :

$$\tau_b \propto L_m^{-3}. \quad (4.1)$$

Ainsi, l’augmentation de la déformation maximale d’un facteur 2, toute chose égale par ailleurs, s’apparente à une réduction du frottement basal d’un facteur 8 ! Une telle réduction de “traînée” n’est à ce jour pas documentée chez les fluides newtoniens, même dans le cas

de surfaces texturées super-hydrophobes ([Daniello, Waterhouse & Rothstein 2009]).

Quelle est l'origine d'un tel phénomène ? Lorsqu'on regarde plus attentivement les images d'impact de la figure 4.1, les reflets sur la nappe donne l'impression que le fluide flotte. Est-ce que de l'air aurait pu être capturé sous la goutte au moment de l'impact ? Quel est l'effet des propriétés lubrifiantes de la surface sur l'étalement du fluide ? Les ondulations le long de la ligne de contact montrent que la couche fluide est peu stable. Comment l'inhibition du splash peut-elle laisser place à un super-étalement ?

## 4.2 Expériences

### 4.2.1 Impacts sur cible

Au vue des images de la figure 4.1, il est tentant de penser que lors de l'impact sur la surface rugueuse et hydrophobe, la goutte décolle et s'étale sur une couche d'air. Dans ce cas, et en négligeant le frottement de l'air et la tension de surface, le seul mécanisme qui limite l'extension de la goutte est l'élasticité en élongation. En équilibrant l'énergie cinétique d'impact  $\sim \rho V_0^2 L_0^3$  et l'énergie élastique élongationnelle  $\sim E \epsilon_{stretch}^2 L_0^3$ , où  $E$  est le module de Young, qui pour un milieu incompressible est relié au module élastique de cisaillement  $G$  tel que  $E = 3G$ , et où  $\epsilon_{stretch} = (L_m - L_0)/L_0$ . On trouve :  $(L_m - L_0)/L_0 \propto M$ , tandis que le meilleur ajustement des données sur cette surface (figure 4.3) donne  $(L_m - L_0)/L_0 \propto M^{1.17}$ . La gamme expérimentale de  $M$  n'est bien évidemment pas assez grande pour valider une loi de puissance, mais ce résultat proche de la loi d'échelle prédite est encourageant. Afin de tester cette idée de décollement et glissement sur une couche d'air, nous avons réalisé des expériences d'impact sur des petites cibles. Notre objectif est de comparer l'extension de ces nappes "libres", par rapport à celle impactant les surfaces super-hydrophobes.

Les cibles utilisées sont des petits cylindres (diamètre 1.5 cm) dont la surface est recouverte du même sable hydrophobe (figure 4.4). La collision transforme la goutte en un disque fin qui s'étale horizontalement avant de se courber sous l'effet de la gravité pour former une sorte de cloche. L'évolution de l'angle d'éjection est sensible au rapport de taille entre la goutte et la cible. En choisissant une cible légèrement plus grande que la goutte, nous parvenons à "redresser" le disque pour obtenir un maximum d'éjection horizontal. Pour ces expériences, nous avons choisi deux concentrations de Carbopol (0.5 wt% et 1 wt%) et deux tailles de gouttes proches (9 mm et 12 mm). La figure 4.4 fait apparaître sur la courbe précédente (fig. 4.3) les points obtenus sur la petite cible. L'extension maximale de la nappe est plus grande lors des impacts sur cibles que les super-étalements observés sur les surfaces enduites de sable hydrophobe (quoique proches dans le cas du Carbopol 1 wt%). Il semble donc bien que la surface d'impact joue un rôle important en freinant la nappe. Nous avons donc par la suite étudié systématiquement l'influence de sa rugosité et de ses propriétés de mouillage.

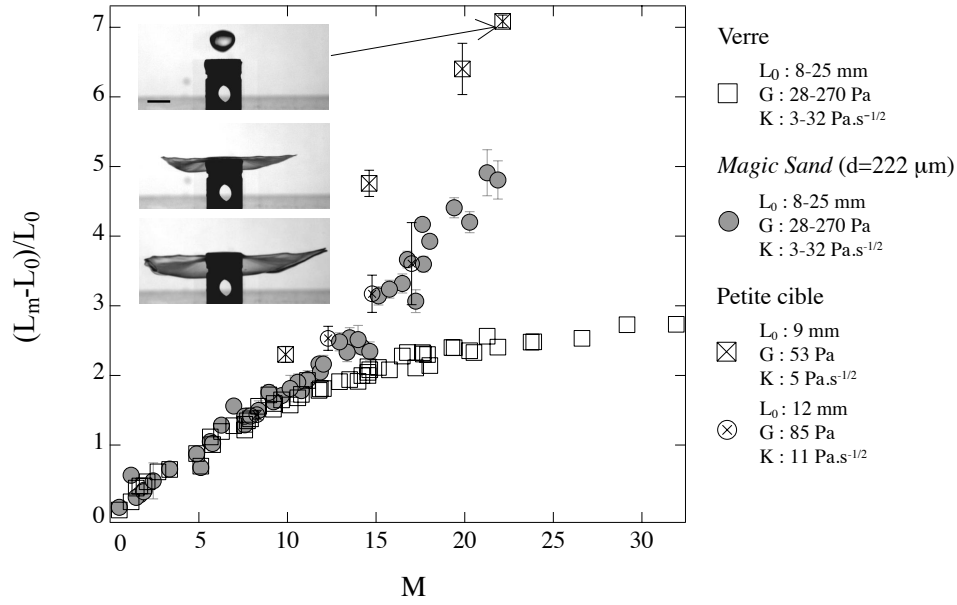


FIGURE 4.4 – Déformation maximale normalisée  $(L_m - L_0)/L_0$  sur une petite cible (photo et symboles croix), comparée aux impacts sur une surface plane (données de la figure 4.3).

#### 4.2.2 Rôle de la surface d'impact : rugosité et mouillabilité

La figure 4.5a présente, pour des conditions d'impact données (Carbopol 0.5 wt%,  $V_0 = 4.4$  m/s,  $L_0 = 8.5$  mm), la déformation maximale de la goutte  $(L_m - L_0)/L_0$  sur 4 surfaces de rugosité différente ( $15 < d < 201 \mu\text{m}$ ) traitées hydrophobes (carrés noirs, angle de mouillage statique  $\theta \sim 150^\circ$ ) ou non (carrés blancs, angle de mouillage statique  $\theta \sim 70^\circ$ ). La déformation maximale passe continûment de sa valeur sur surface lisse (verre) à sa valeur sur le sable rugueux hydrophobe du chapitre précédent quand la rugosité de la surface augmente. Cela reste vrai pour des surfaces rugueuses non super-hydrophobes, quoique l'étalement soit dans ce cas systématiquement plus faible. Ces résultats montrent que la rugosité de la surface joue un rôle crucial dans le super-étalement observée avec les gouttes de Carbopol. Pour ces premiers résultats, seule la rugosité de la surface a été variée, la taille de la goutte et tous les nombres sans dimension du problème étant fixées par ailleurs (Mach  $M$ , Reynolds  $Re$ , Weber  $We$ , etc). D'autres expériences ont été réalisées en changeant les tailles de goutte tout en maintenant le nombre de Mach et nombre de Reynolds fixés (en changeant la vitesse d'impact et la concentration du fluide). Les résultats sont données sur la figure 4.5b. Les conclusions précédentes sur l'influence de la rugosité restent valables. Aux grandes valeurs de rugosité relative  $d/L_0$ , on observe une saturation du diamètre maximale. Cependant, la



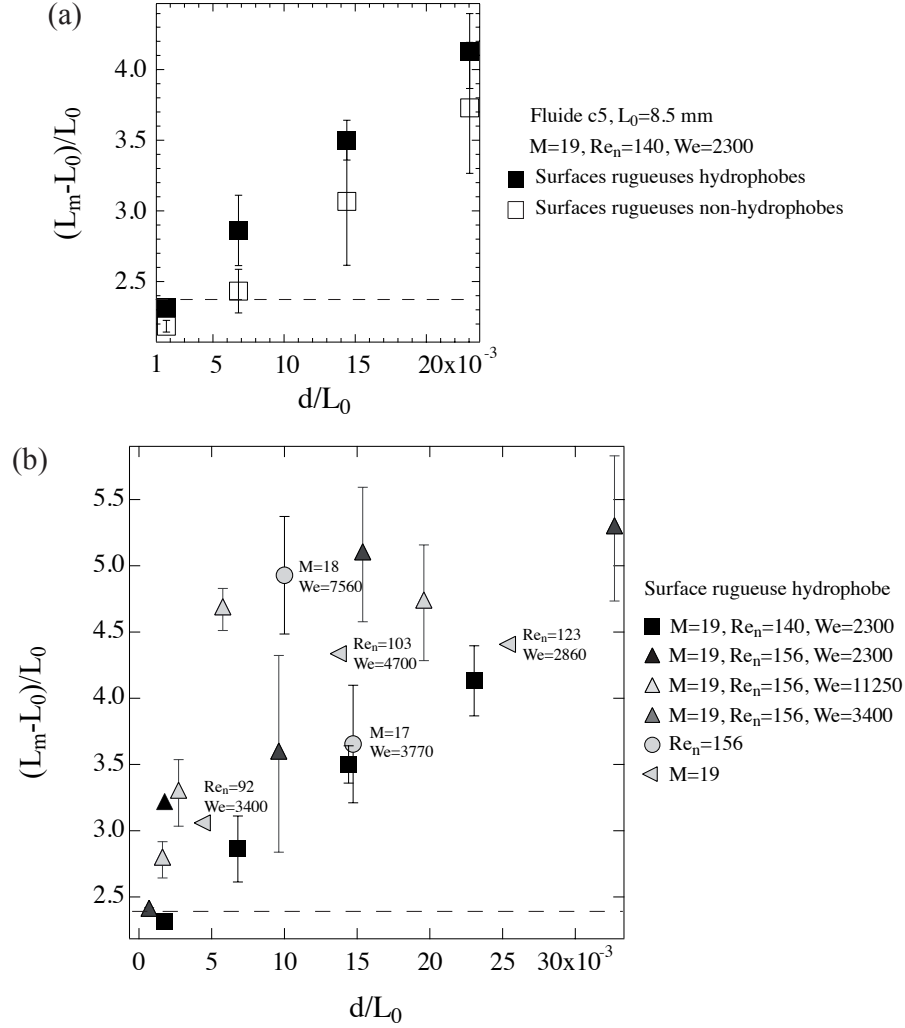


FIGURE 4.5 – (a)  $(L_m - L_0)/L_0$  en fonction de la rugosité de la surface normalisée  $d/L_0$  pour une goutte de Carbopol 0.5 wt% de vitesse  $V_0 = 4.4$  m/s et taille  $L_0 = 8.5$  mm ( $M = 19$ ,  $Re = 140$  et  $We = 2300$ ). Les surfaces sont couvertes de papier de verre P1200 à P80 ( $15 < d < 201 \mu m$ , voir table 2.2 du chapitre 2), traitées hydrophobes (carré noir) ou non (carré blanc). (b) Même données pour différentes tailles de gouttes, vitesses et concentration telles que  $17 < M < 19$  et  $92 < Re < 156$ . Le trait pointillé donne la valeur de la déformation dans le cas d'un impact sur la surface de verre ( $M = 19$ ,  $Re = 140$  et  $We = 2300$ ).

dispersion des points ainsi que les barres d'erreurs sont importantes. Il semble que le nombre de Mach et le rapport  $d/L_0$  ne soit pas suffisant pour caractériser entièrement la dynamique de la goutte, et qu'une dépendance en nombre de Reynolds ou Weber existe.

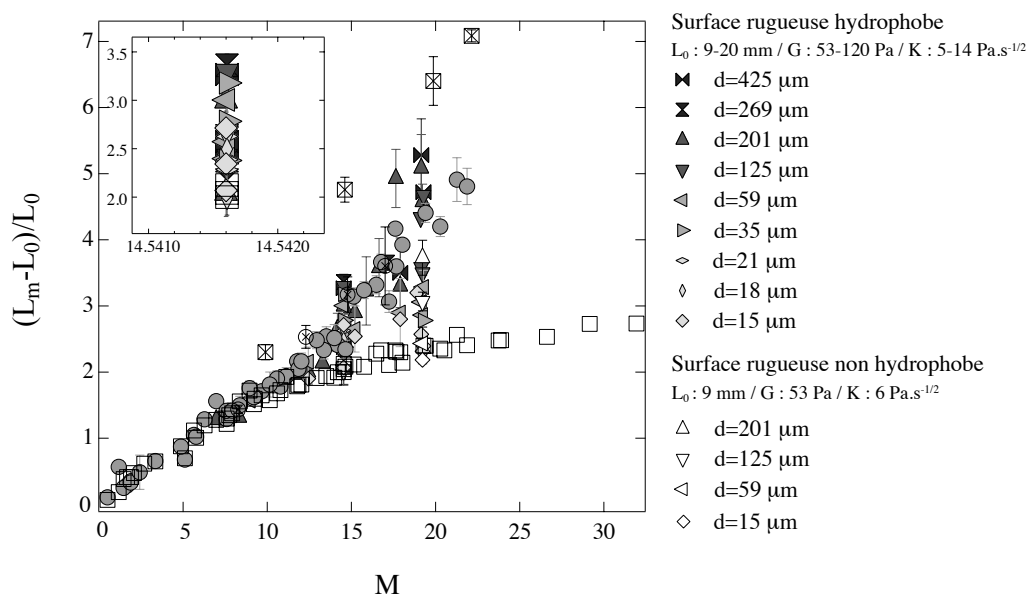


FIGURE 4.6 – Ensemble des expériences donnant  $(L_m - L_0)/L_0$  en fonction du nombre de Mach élastique  $M$  pour différentes solutions de Carbopol ( $28 < G < 270$  Pa) et taille de goutte ( $8 < L_0 < 25$  mm) impactant une surface en verre ou des surfaces rugueuses (mouillantes ou non).

La figure 4.6 rassemble l'ensemble des expériences menées en utilisant 10 tailles de gouttes, 10 concentrations différentes de Carbopol et 11 surfaces de rugosité différentes, traitées hydrophobes ou non. Lorsque l'on trace la déformation maximale en fonction du seul nombre de Mach élastique, il n'y a plus deux courbes, comme dans les expériences préliminaires avec le verre et le sable hydrophobe très rugueux, mais un éventail de points entre ces deux limites. Cet éclatement des points témoigne indiscutablement de l'effet de la rugosité à travers le paramètre  $d/L_0$ . Ce dernier est cependant très petit (figure 4.5), ce qui indique que la taille initiale de la goutte  $L_0$  n'est pas directement la longueur pertinente à comparer avec la rugosité  $d$ . Nous avons déjà mentionné que la lamelle qui s'étalait sur la surface pouvait être de l'ordre de la rugosité des surfaces (figure 4.2). Vers  $M \sim 12$ , valeur à partir de laquelle on commence à observer un super-étalement, une goutte typique de taille  $L_0 \sim 1$  cm atteint un paramètre d'étalement maximal de  $L_m/L_0 \sim 3$ . Par conservation du volume, on obtient une épaisseur finale  $h \sim 700 \mu\text{m}$ , pas très éloignée de la rugosité la plus grande des surfaces utilisées ( $400 \mu\text{m}$ ). Dans le paragraphe suivant, nous étudions plus en détail la dynamique de cette lamelle.

### 4.2.3 Épaisseur de la lamelle

Au moment de la collision, la goutte émet une lamelle qui grossit et s'étend radialement. En première approximation, on peut décomposer la goutte en deux zones : une zone centrale ayant la géométrie d'une sphère tronquée qui s'enfonce verticalement à la vitesse d'impact  $V_0$ , entourée d'une lamelle en forme de disque d'épaisseur uniforme (fig. 4.7). Nous négligeons ici le bourrelet qui se forme dans certains cas à l'extrémité de la lamelle.

Mesurer directement l'épaisseur  $h(t)$  de cette lamelle aux premiers temps d'impact et sur des surfaces rugueuses n'est pas aisé. Nous avons donc estimé  $h$  de manière indirecte en utilisant la conservation du volume de la goutte (à l'exception des tout premiers instants du contact, les vitesses dans le fluide sont faibles devant la vitesse du son et l'on peut supposer l'écoulement incompressible). D'après la figure 4.7, la conservation du volume impose que le volume de la calotte sphérique de rayon  $r(t)$  (zone 1),  $(\pi/6)H(3r^2 + H^2)$  soit égal au volume de l'anneau fluide (zone 2),  $\pi((L/2)^2 - r^2)h$ . L'épaisseur est donc déduite de la mesure l'enfoncement  $H(t)$  de la goutte à partir de l'impact et de son diamètre maximal  $L(t)$  selon :

$$h = \frac{H^2(L_0/2 - H/3)}{L^2/4 + H^2(1 - L_0/2H)}. \quad (4.2)$$

Cette relation est valable tant que le sommet de la goutte n'a pas rencontré la lamelle. Ensuite, l'épaisseur est simplement donnée par  $h = (2/3)L_0^3/L^2$ . Nous avons comparé cette estimation indirecte avec des visualisations directes dans le cas de lamelles suffisamment épaisses (figure 4.7). L'accord est nettement meilleur pour une goutte de rapport d'aspect proche de 1 (écarts autour de 13 %) que pour une goutte plus allongée (écart de l'ordre de 40 %). Nos résultats donneront donc un ordre de grandeur de l'épaisseur de la lamelle, et non une mesure précise.

La figure 4.8 présente l'évolution temporelle de l'épaisseur de la lamelle pour une sélection de gouttes de rapport d'aspect proche de 1, sur des surfaces rugueuses ou non. Quelque soit l'état de surface, la dynamique de l'épaisseur décrit une croissance rapide suivie d'un plateau ou d'une décroissance plus lente. Tant que la goutte continue à s'effondrer, l'épaisseur augmente durant l'étalement par l'apport de matière. Ensuite, le disque formé continue plus ou moins à s'étaler. L'épaisseur diminue alors par conservation du volume. Dans les cas de super-étalements, on obtient bien une épaisseur finale plus fine que l'épaisseur sur le verre, avec des tailles finales pouvant atteindre  $130 \mu m$ .

Pour tenter de déterminer les paramètres qui contrôlent l'épaisseur de la lamelle au premier instant, nous avons tracé les données précédentes adimensionnées  $h(t)/L_0$  en fonction d'un temps adimensionné. Il existe dans la littérature plusieurs propositions pour l'évolution au temps court de cette lamelle pour des fluides newtoniens (voir chapitre 1). La plus simple suppose un régime inertiel, le temps typique étant  $L_0/V_0$ . Au temps très court cependant, la viscosité doit l'emporter et le temps caractéristique est alors le temps de diffusion  $\sqrt{\nu t}$  ([Mongruel *et al.* 2009, Schroll *et al.* 2010]). Pour un fluide rhéofluidifiant ( $\eta = K\dot{\gamma}^{n-1}$ ), on

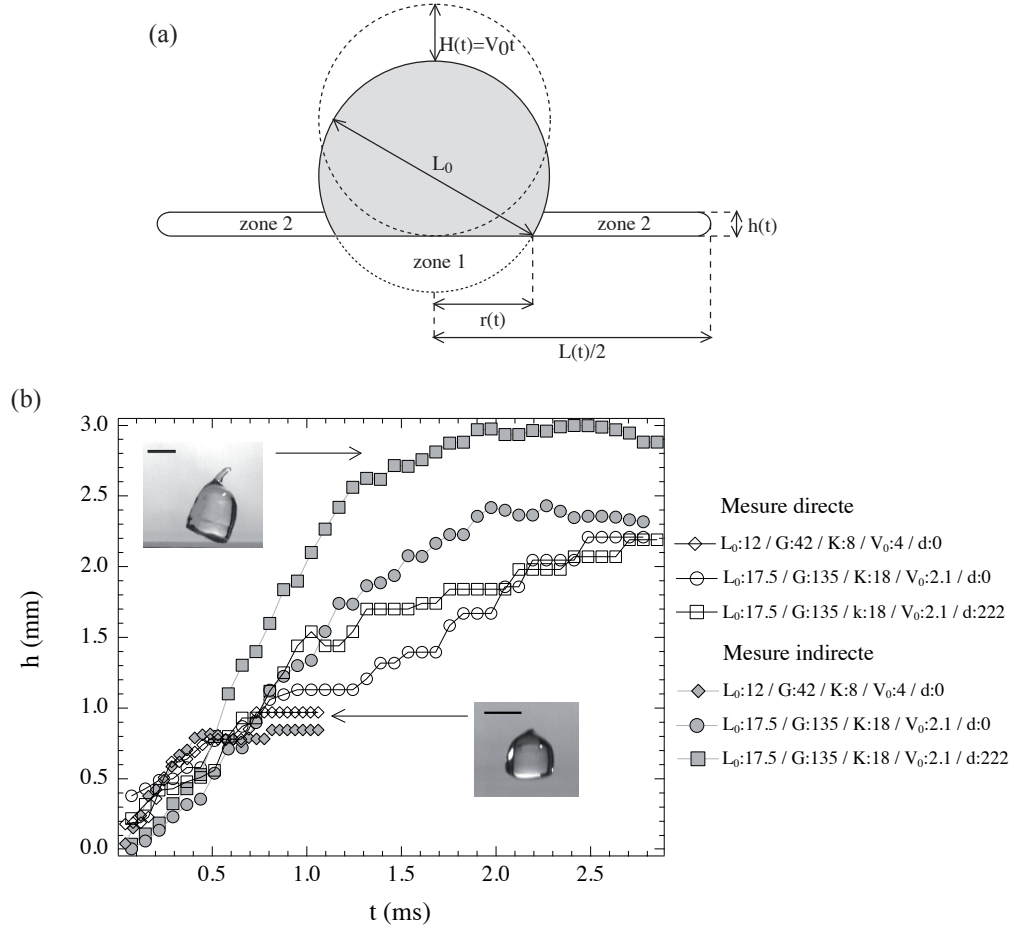


FIGURE 4.7 – (a) Modélisation de la goutte lors de l'impact pour la mesure indirecte de l'épaisseur de la lamelle  $h(t)$  par conservation du volume. (b) Comparaison entre la mesure indirecte  $h(t)$  (symboles gris) et une visualisation directe de côté à la caméra rapide (symboles vides), pour 2 concentrations, tailles de gouttes, vitesses et rugosités. La barre d'échelle vaut 1 cm.

peut généraliser cette relation en définissant une viscosité cinématique apparente :  $\nu_{app} = (K/\rho)(U/h)^{n-1}$ , où  $U = dL/dt$  et  $h$  sont la vitesse et l'épaisseur typique de la lamelle mesurées expérimentalement. Enfin dans le cas d'un régime purement élastique, on peut supposer que l'épaisseur de la lamelle est donnée par un mécanisme de propagation d'onde élastique, soit  $h(t) \sim ct$  avec  $c = \sqrt{G/\rho}$ . La figure 4.9 présente les différents adimensionnements testés. Bien qu'aucun rassemblement n'émerge, l'ordre de grandeur de la lamelle semble plus compatible avec un scaling visqueux (figure 4.9b) ou élastique (figure 4.9c) qu'avec le scaling inertiel (figure 4.9a).

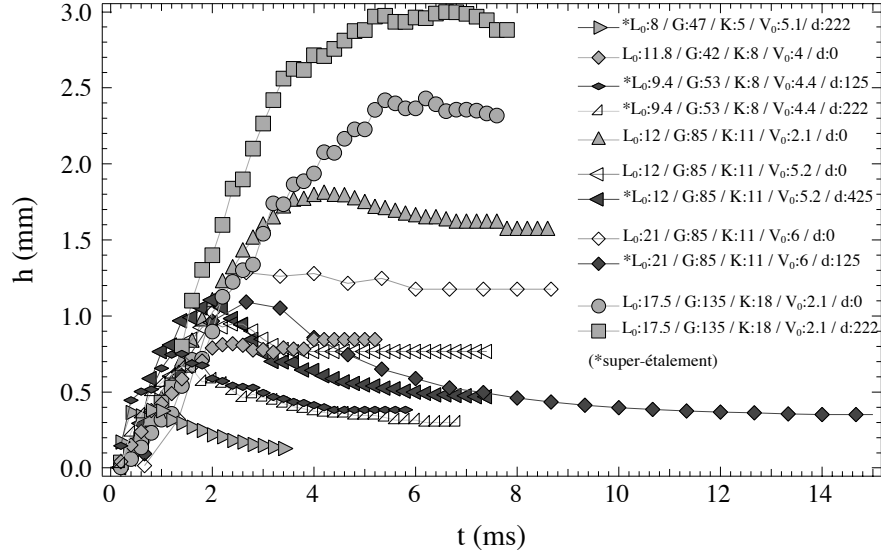


FIGURE 4.8 – Dynamiques d’épaisseur d’une sélection de gouttes de Carbopol tombant sur du verre et sur des surfaces rugueuses hydrophobes. Les paramètres d’impact sont donnés dans les mêmes unités que sur la figure 4.7.

Cette étude montre que la dynamique de la lamelle est donnée par un mécanisme de couche limite, soit visqueuse soit élastique. La taille de la lamelle émergente est beaucoup plus petite que la taille initiale de la goutte ( $\sim 10^{-2} L_0 \sim 100 \mu m$ ) et proche des rugosités utilisées dans cette étude ( $h \sim 1 - 5d$ , figure 4.10). Dans le cas d’un film s’écoulant rapidement sur une surface de rugosité comparable, plusieurs scénari sont alors envisageables. Le premier est un décollement complet de la nappe, comme observé dans les études de [Josserand *et al.* 2005] sur la déflexion d’une nappe liquide par un petit obstacle de taille comparable. Dans notre cas, nous n’avons pas observée une telle déflexion de façon systématique. De plus, les mesures sur cibles montrent que la lamelle “frotte” sur nos surfaces beaucoup plus que si elle était simplement suspendue sur un coussin d’air. Un scénario plus probable est que la nappe se propage à grande vitesse sur les aspérités les plus hautes de la surface, voyant ainsi sa surface de contact fluide/solide considérablement réduite. Le fait que la nappe n’imprègne pas la surface est conforté par des visualisations à fort grossissement ou en lumière rasante (voir figure 4.11). Il est alors tentant d’interpréter la réduction apparente du frottement basal en terme de longueur de glissement apparente. Nous proposons dans le prochain paragraphe un modèle très simple dans ce cadre.

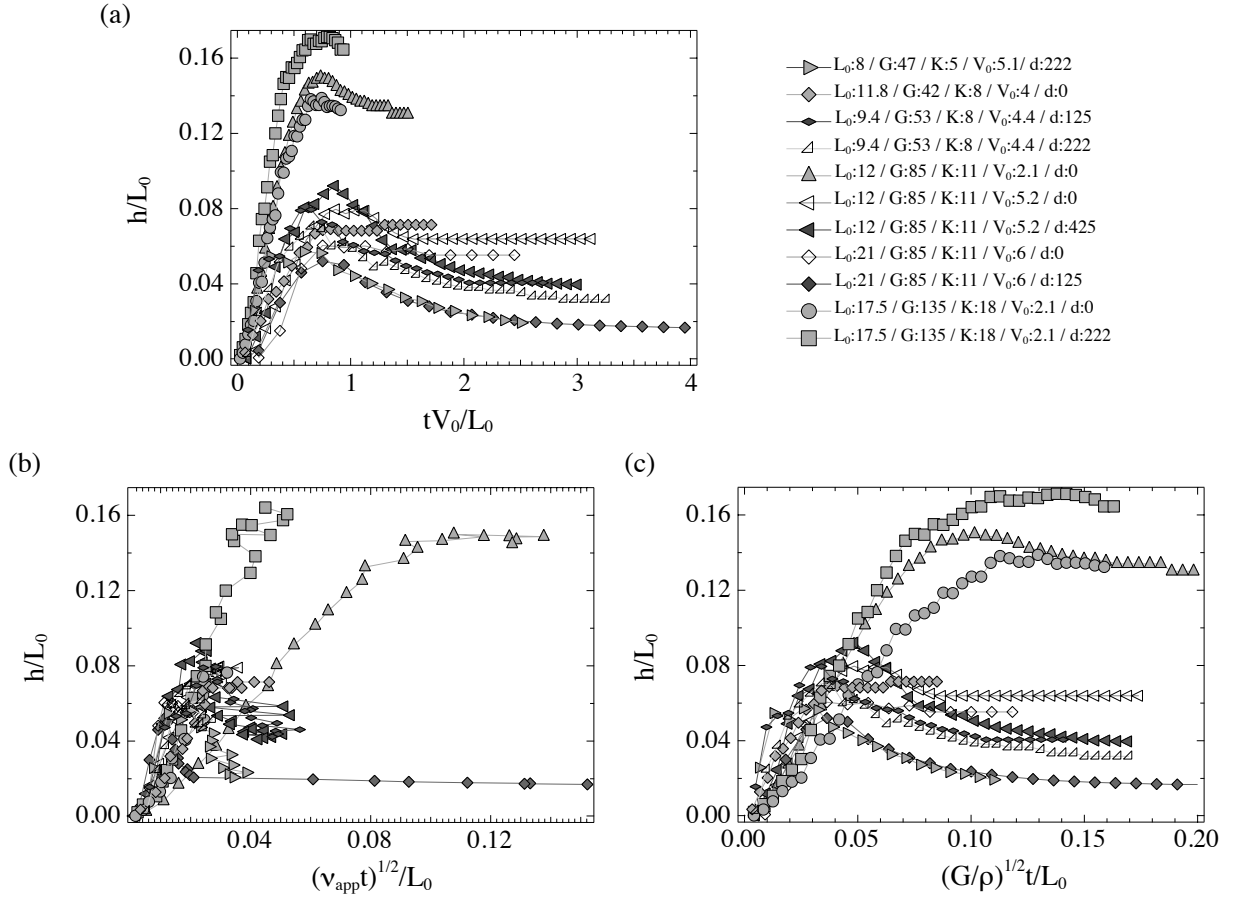


FIGURE 4.9 – Épaisseur normalisée  $h/L_0$  en fonction, (a), d'un temps inertiel  $tV_0/L_0$ , (b), d'un temps visqueux de diffusion de la couche limite  $\sqrt{\nu_{app}t}/L_0$  et (c), d'un temps élastique  $\sqrt{G/\rho t}/L_0$ .

## 4.3 Interprétation en terme de longueur de glissement

### 4.3.1 Notion de longueur de glissement

Durant la dernière décennie, le développement des micro et nanosciences a grandement stimulé la recherche sur le problème hydrodynamique de glissement à la paroi. Ces recherches sont également stimulées par le développement de surfaces texturées aux propriétés super-hydrophobes et lubrifiantes, en vue d'applications (extraction de pétrole, problème de sillages, réduction du frottement pariétale etc).

Navier ([Navier 1823]) fut le premier à introduire la notion de longueur de glissement  $b$

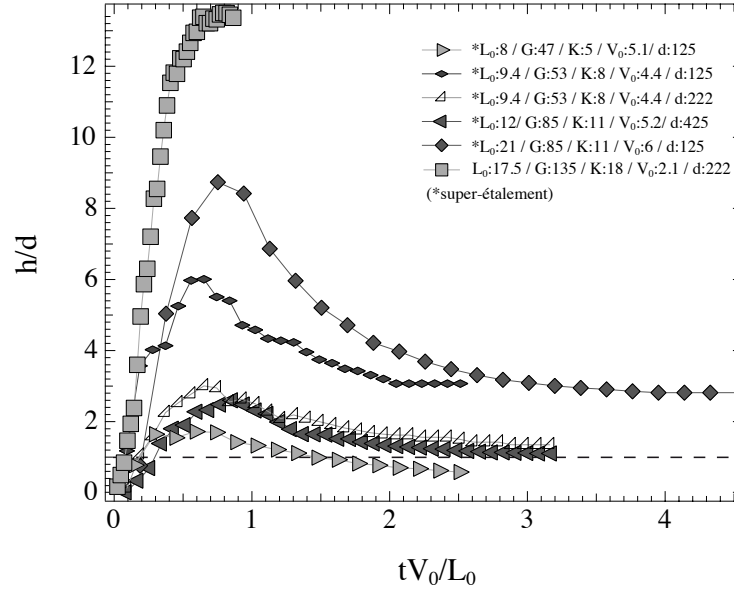


FIGURE 4.10 – Rapport entre l'épaisseur du fluide et la taille des grains de la surface  $h/d$  en fonction du temps adimensionné par le temps d'impact  $V_0/L_0$ .

définie par :

$$u_s = b \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (4.3)$$

où  $u_s$  est la vitesse de glissement à la paroi et  $(\partial u / \partial z)$  le gradient de vitesse à la paroi (figure 4.12). La longueur de glissement peut être interprétée comme la distance fictive en-dessous de la surface où l'extrapolation linéaire de la vitesse s'annule. Avec des liquides simples et sur des surfaces lisses, la longueur de glissement est au plus de l'ordre de quelques nanomètres (grandeurs atomiques). Pour des surfaces mouillantes,  $b$  est nulle et pour des surfaces non-mouillantes,  $b$  varie de quelques nanomètres à une centaines de microns ([[Ou & Rothstein 2005](#)],[[Lauga, Brenner & Stone 2005](#)]).

L'une des techniques les plus efficaces pour augmenter l'hydrophobie d'une surface, et donc la longueur de glissement, est d'utiliser une surface hydrophobe micro-texturée ([[Quéré 2008](#)]). Dans ce cas, le fluide ne pénètre pas dans les creux et reste en contact uniquement avec les aspérités les plus hautes (état "fakir" ou Cassie-Baxter, figure 4.13). La condition aux limites vue par le fluide est donc composée de zones de non-glissement en contact avec les aspérités, et de zones de glissement libre correspondant aux poches d'air entre les aspérités. Cette configuration permet de diminuer considérablement la friction liquide/solide et fait apparaître une longueur de glissement effectif qui augmente quand la fraction solide en contact avec le fluide diminue. Dans la limite des fractions surfaciques

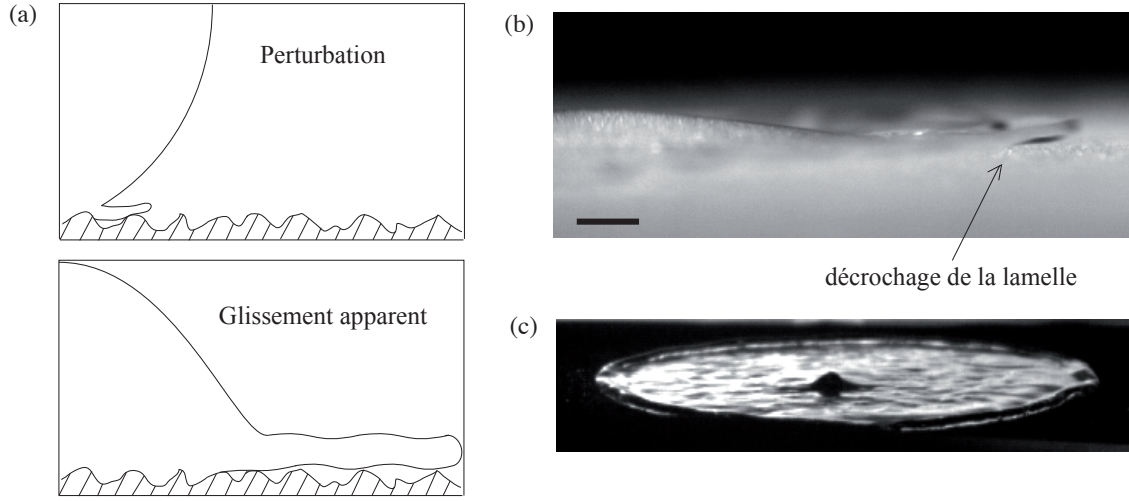


FIGURE 4.11 – (a) Schéma d’un mécanisme possible de super-étalement. (b) Agrandissement d’une vue de profil de goutte de Carbopol qui s’étale sur une surface recouverte de sable hydrophobe. L’échelle spatiale indique 2 mm. (c) Vue du dessus d’un étalement de Carbopol sur une surface rugueuse hydrophobe.

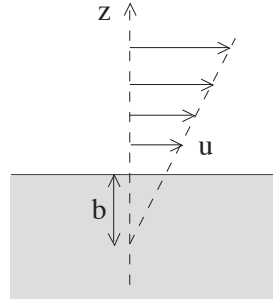


FIGURE 4.12 – Définition de la longueur de glissement  $b$  au niveau d’une paroi solide.

faibles, pour un arrangement de plots cylindriques de section  $a$  et de période  $P$  (figure 4.13a), la longueur de glissement effectif  $b_{eff}$  suit la relation d’échelle suivante ([Ybert *et al.* 2007]) :

$$b_{eff} = \beta \frac{a}{\phi_s}^*, \text{ pour } \phi_s \rightarrow 0 \quad (4.4)$$

\*. Dans le cas où la surface en contact avec le fluide présente une longueur de glissement intrinsèque, notée  $b_s$ , [Ybert *et al.* 2007] corrige l’expression de la longueur de glissement effectif par :  $b_{eff} = \beta \frac{a+b_s}{\phi_s}$ .



où  $\phi_s$  est la fraction solide surfacique (supposée  $\ll 1$ ) telle que  $\phi_s = (a/P)^2$  pour la géométrie de plots et  $\beta = 3\sqrt{\pi}/16 \sim 0.332$  ([Davis & Lauga 2010]). Plusieurs résultats récents démontrent la propriété lubrifiante de ces surfaces super-hydrophobes microtexturées. Expérimentalement, des mesures directes pour un écoulement stationnaire dans un microcanal tapissé de nanotubes de carbone donnent des longueurs de glissement de quelques microns ([Joseph *et al.* 2006]). Dans un dispositif similaire, [Daniello, Waterhouse & Rothstein 2009] ont mesuré une réduction de traînée de 50 % pour un écoulement turbulent.

D’après la relation (4.4), il devrait être possible d’obtenir des longueurs de glissement très grande en augmentant la distance entre aspérités  $P$  ou en réduisant la fraction solide surfacique  $\phi_s$ . Dans le cas de nos surfaces aléatoires, on peut adapter cette relation et définir une longueur de glissement effectif  $b_{eff} \sim \beta(S_m^2/R_q)$ , avec  $R_q$  la hauteur moyenne quadratique et  $S_m$  la distance moyenne entre les sommets (figure 4.13b). À partir des caractéristiques données dans la table 2.2, nous obtenons des valeurs d’ordre  $b_{eff} = 1.6 \pm 0.8 d$ , allant de  $17 \mu m$  à  $427 \mu m$ , soit 40 fois plus importante que les longueurs de glissement apparent observées jusque là. Cette analyse suppose cependant que le fluide parvient toujours à se maintenir dans l’état “fakir”, même pour des rugosités importantes. Pour une goutte statique ou un écoulement lent sur nos surfaces, cela paraît peu probable. Ainsi, les angles de contact que nous mesurons en quasi-statique sur ces surfaces sont loin de  $180^\circ$  (voir table 2.2). En revanche, dans le cas d’impact, la lamelle qui s’étale radialement présente un angle dynamique apparent proche de  $180^\circ$ . L’hypothèse d’un état “fakir” dynamique est alors raisonnable et les valeurs de longueurs de glissement estimées plus haut possibles. Nous ferons cette hypothèse dans le modèle simple suivant.

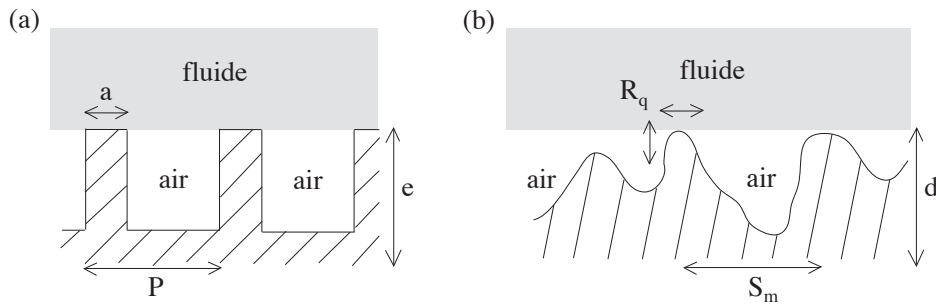


FIGURE 4.13 – Schéma de l’interface fluide/solide pour un fluide dans l’état “fakir” ou Cassie-Baxter sur une surface rugueuse. (a) Cas modèle d’une surface régulière formée de plots cylindriques de hauteur  $e$  et de section  $a$ , arrangés avec une périodicité  $P$ . (b) Cas d’une surface de rugosité aléatoire formée par des grains de taille  $d$  et caractérisée par une hauteur moyenne quadratique  $R_q$  et une distance moyenne entre les sommets  $S_m$ .

### 4.3.2 Modèle simple

Dans le chapitre précédent, nous avons prédit l'étalement maximal des gouttes en écrivant un modèle dynamique où l'inertie de la goutte était équilibrée par la contrainte tangentielle basale  $\tau_b$ . Pour cela, nous avons fait l'hypothèse que la vitesse s'annulait au niveau de la paroi et écrit le gradient de vitesse  $U/h$ . Nous allons maintenant tenir compte d'un glissement possible aux parois. Dans ce cas, la contrainte basale effective s'écrit  $\tau_b \rightarrow \tau_b(1 + b/h)^{-1}$ , où  $h$  est l'épaisseur de la couche cisailée et  $b$  une longueur de glissement effective (4.3). Pour des grandes longueurs de glissement, la contrainte basale devient très faible et on ne peut plus négliger la partie élongationnelle des forces. Pour estimer la déformation maximale de la goutte dans le cas du Carbopol (contrainte élastique), un modèle très simple consiste alors à partager l'énergie cinétique d'impact  $((1/2)(\pi L_0^3/6)V_0^2)$  en une partie convertie en énergie élastique de cisaillement  $E_{shear}$  et une autre partie en énergie élastique élongationnelle  $E_{stretch}$  \*. En présence de glissement, la déformation de cisaillement moyenne dans la goutte d'épaisseur finale  $h$  est  $\epsilon_{shear} \sim (L_m - L_0)/(2(h + b))$ . L'énergie élastique associée à cette déformation de cisaillement est  $E_{shear} \sim (1/2)G\epsilon_{shear}^2\mathcal{V} \sim (L_m - L_0)/(2(h + b))^2(\pi L_0^3/6)$ , où  $\mathcal{V}$  est le volume de la goutte ([Landau & Lifchitz 1990]). En l'absence de cisaillement, la goutte se déforme uniquement en élongation avec  $\epsilon_{stretch} = (L_m - L_0)/L_0$ . L'énergie élastique est alors  $E_{stretch} = (1/2)E(4\epsilon_{stretch}^2)\mathcal{V}$ , où  $E$  est le module d'Young du milieu ([Landau & Lifchitz 1990]). Pour un milieu incompressible, on a  $E = 3G$ . Finalement, la conservation de l'énergie de la goutte s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho V_0^2 \frac{\pi L_0^3}{6} = \frac{1}{2} \frac{G}{4} \left( \frac{L_m - L_0}{h + b} \right)^2 \frac{\pi L_0^3}{6} + \frac{1}{2} 12G \left( \frac{L_m - L_0}{L_0} \right)^2 \frac{\pi L_0^3}{6}. \quad (4.5)$$

En utilisant la conservation du volume  $h = (2/3)L_0^3/L_m^2$ , le diamètre maximal normalisé de la goutte  $x = L_m/L_0$  est donnée par la relation implicite :

$$M^2 = \frac{9}{16} \frac{(x - 1)^2 x^4}{\left(1 + \frac{3x^2}{2}(b/L_0)\right)^2} + 12(x - 1)^2, \quad (4.6)$$

où  $M = V_0/\sqrt{G/\rho}$  est le nombre de Mach élastique.

On peut discuter deux cas limites de ce modèle. Le premier est celui d'une vitesse de glissement nulle :  $b = 0$ . Dans ce cas, la prédiction de la déformation maximale est donnée par la ligne pointillée sur la figure 4.14. On retrouve le comportement en  $M^{1/3}$  aux grands Mach vu au chapitre précédent, même lorsqu'on tient compte de l'énergie d'élongation. Cela vient du fait qu'en l'absence de glissement, le cisaillement dans l'épaisseur domine largement l'énergie d'élongation. L'autre cas limite correspond à une longueur de glissement infinie,  $b \rightarrow \infty$ . Dans ce cas la goutte est uniquement étirée et pas cisailée. On a alors  $L_m/L_0 \sim M$  aux grands Mach, un résultat obtenu par [Tanaka *et al.* 2003] dans le cas

---

\*. Ce modèle n'est pas du tout rigoureux car ces deux modes sont en réalité couplés en grandes déformations. Nous estimons ici ces énergies en raisonnant aux petites déformations.

d'impact de balles élastiques très molles. On remarque que l'ordre de grandeur prédit par notre modèle énergétique est proche des impacts sur cible, qui peuvent être considérés comme des impact sans frottement basal.

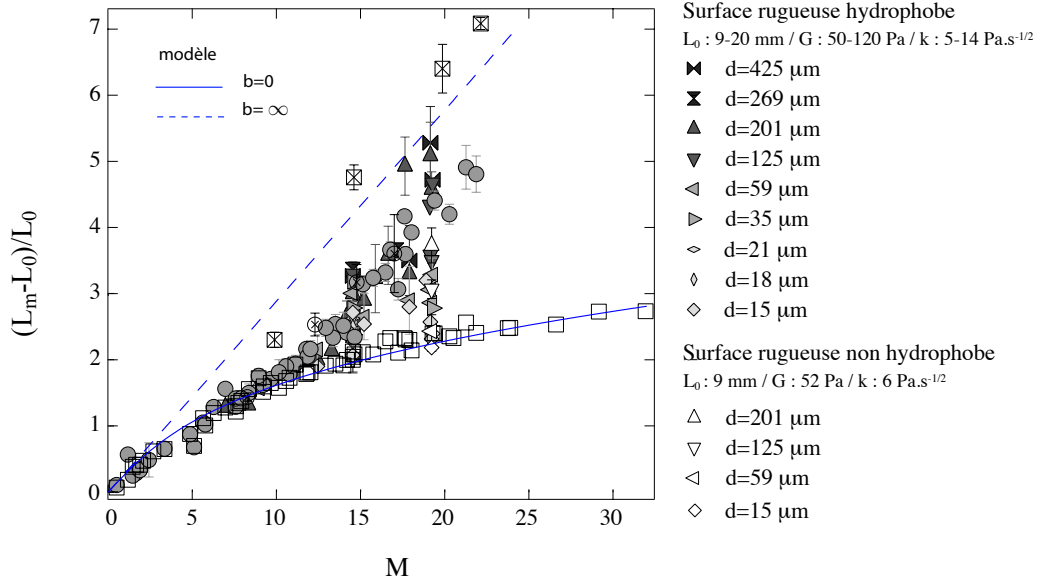


FIGURE 4.14 – Prédiction du modèle dans les deux cas extrêmes  $b = 0$  (trait plein) et  $b \rightarrow \infty$  (pointillés). Données de la figure 4.6.

Pour prédire les déformations dans des gammes intermédiaires de longueur de glissement, il nous faut connaître la longueur de glissement  $b$  sur nos surfaces. Nous savons que  $b \propto d$ , mais le préfacteur dépend de  $1/\phi_s$  qui n'est pas connu *a priori* dans notre configuration. Pour estimer cette grandeur, nous avons ajusté la longueur de glissement à nos données pour un nombre de Mach donnée  $M = 19$  (figure 4.15). On trouve  $b \sim 7d$ , soit  $\phi_s \sim R_q/b \sim d/b \approx 15\%$ , soit  $b \sim 4b_{\text{eff}}$ , avec  $b_{\text{eff}}$  la longueur de glissement effectif de nos surfaces aléatoire caractérisée à partir de la relation (4.4).

Une fois ce rapport entre longueur de glissement et rugosité fixé pour un nombre de Mach, nous pouvons comparer quantitativement la prédiction du modèle avec l'ensemble des expériences faites pour différents nombre de Mach  $M$ , rugosité  $d$  et taille de goutte  $L_0$  (figure 4.16). Nous constatons un certain regroupement des données sur une droite de pente 1. L'ordre de grandeur de la déformation prédite par le modèle est correct, et permet de rassembler sur une même pente les impacts sur le verre (carrés blancs) et sur les surfaces rugueuses. En revanche, il existe un écart entre modèle et expérience d'autant plus grand

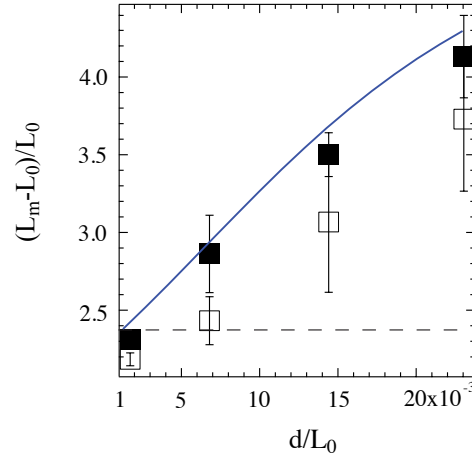


FIGURE 4.15 – Ajustement du modèle pour les données de la figure 4.5a ( $M = 19$ ) en prenant  $b = 7d$ .

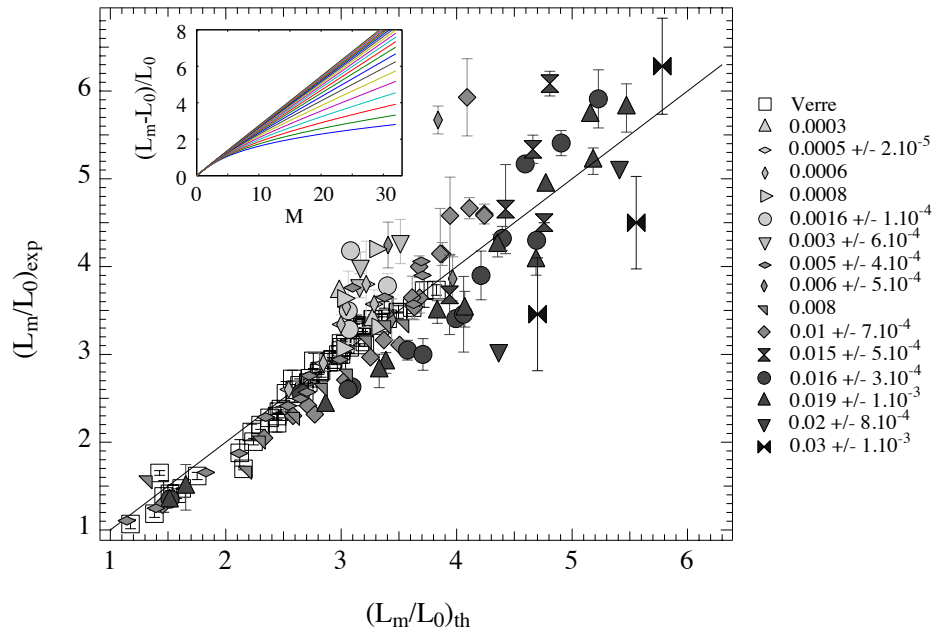


FIGURE 4.16 – Comparaison entre le paramètre d'étalement maximal  $L_m/L_0$  expérimental et théorique. La légende indique les paramètres de rugosité  $d/L_0$  des points expérimentaux. L'ajustement du modèle a été effectué en utilisant  $b = 7d$ . L'encart donne la prédiction du modèle pour  $0 < b/L_0 < 0.4$  avec un pas de 0.02.

que l'étalement est grand. Systématiquement, le modèle a tendance à sur-évaluer les impacts sur les surfaces très rugueuses ( $d/L_0 > 0.01$ ) et à sous-évaluer les impacts sur les surfaces peu rugueuses ( $d/L_0 < 0.01$ ).

## 4.4 Discussion

Le modèle précédent permet de reproduire l'augmentation de l'étalement de la goutte observée quand la rugosité des surfaces augmente en terme de longueur de glissement  $b$ . L'ordre de grandeur des longueurs de glissement déduites indirectement du modèle sont compatibles avec les rugosité de nos surfaces. Cependant, l'accord est loin d'être satisfaisant. Dans ce paragraphe, nous donnons quelques éléments de discussion.

Un examen plus attentif de la comparaison expérience/modèle montre que l'hypothèse d'une longueur de glissement apparente,  $b$ , uniquement fixée par la rugosité  $d$  est beaucoup trop simpliste. Ainsi, au lieu de fixer une valeur  $b \sim d$  comme précédemment pour l'ensemble des données et utiliser le modèle pour prédire  $L_m/L_0$ , nous pouvons raisonner dans l'autre sens et utiliser la relation énergétique (4.6) comme moyen pour calculer une longueur de glissement apparente  $b_{app}/L_0$ , à partir des valeurs expérimentales  $M$  et  $L_m/L_0$ . La figure 4.17a donne la longueur de glissement apparente ainsi déduite en fonction du nombre de Mach pour deux surfaces de rugosité  $d/L_0 = 0.01$  et  $d/L_0 = 0.019$ . Si seule la rugosité fixait la longueur de glissement apparente, on devrait trouver deux valeurs constantes indépendante du nombre de Mach. Or on observe une nette augmentation de la longueur de glissement apparente avec  $M$ . Sur la figure 4.17b est tracée la fraction solide surfacique apparente définie par  $\phi_{app} = d/b_{app}$  pour les mêmes données. Clairement, la surface de contact effective fluide/solide n'est pas uniquement fonction de la rugosité mais également du nombre de Mach. La fraction surfacique chute brutalement pour  $M > 10$ , passant de  $\sim 1$  (surface entièrement imprégnée) à des fractions surfaciques  $\sim 10 - 20\%$ .

Cette forte variation de la surface de contact goutte/surface à partir d'un certain nombre de Mach suggère qu'un phénomène d'instabilité doit être pris en compte pour expliquer nos observations. Ainsi, dans le cadre du modèle, l'effet de la rugosité sur l'étalement apparaît dès  $M > 0$ , l'écart avec la surface lisse augmentant progressivement avec le nombre de Mach (encart de la figure 4.16). Expérimentalement, on observe plutôt une courbe unique jusqu'à une valeur  $M \sim 12$  et l'effet de la rugosité ne semble visible que pour  $M \gtrsim 12$  (figure 4.6). Comment comprendre l'existence de ce Mach critique. Existe-t-il un lien avec l'instabilité de "splash" des liquides simples, qui est souvent associée au décollement de la lamelle ?

Nous avons déjà introduit le nombre  $K = We^{4/5} Re^{2/5}$  qui contrôle, pour une goutte de fluide newtonien, l'apparition du "splash". Pour des impacts sur des surfaces rugueuses, le seuil de l'instabilité est déterminé empiriquement selon la relation suivante ([Cossali *et al.* 1997]) :

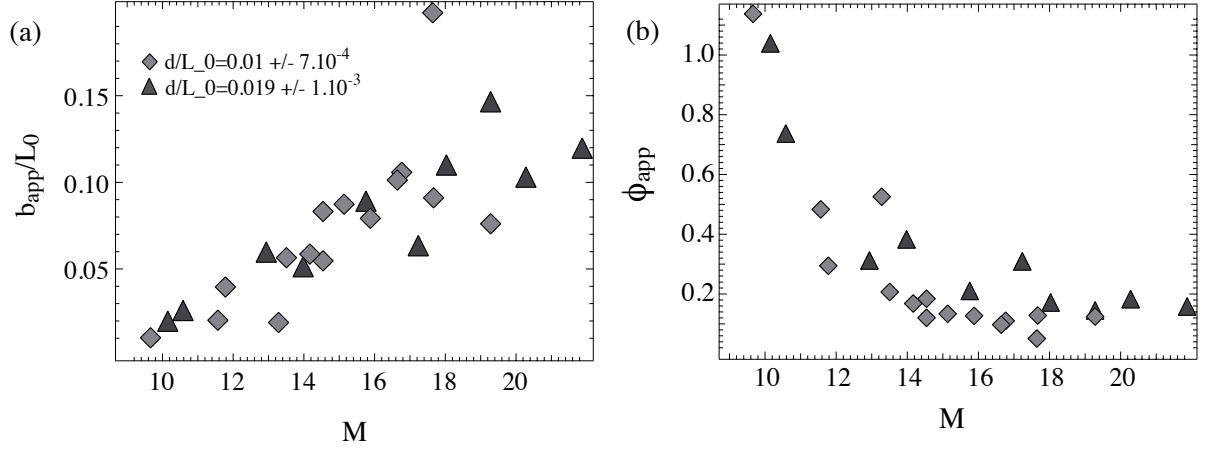


FIGURE 4.17 – (a) Longueur de glissement apparente normalisée  $b_{app}/L_0$  en fonction du nombre de Mach élastique  $M$  pour 2 valeurs de la rugosité relative  $d/L_0$ . (b) Fraction solide surfacique apparente  $\phi_{app} = d/b_{app}$  en fonction du nombre de Mach élastique  $M$  pour les mêmes données.

$$K > K_s = 649 + \frac{3.76}{(2R_q/L_0)^{0.63}}, \quad (4.7)$$

où  $R_q$  est la rugosité moyenne de la surface et  $L_0$  le diamètre initial de la goutte. La figure 4.18 présente la valeur de  $K$  en fonction de la rugosité  $R_q/L_0$  pour l'ensemble de nos expériences. Le nombre de Reynolds est le nombre de Reynolds généralisé aux fluides rhéofluidifiants que nous avons déjà rencontré (3.19). Les triangles blancs correspondent aux impacts pour lesquels l'étalement est le même que sur le verre. Les triangles pleins correspondent aux impacts pour lesquels il y a super-étalement. Enfin la ligne continue indique le seuil de “splash” pour un fluide newtonien donné par (4.7). Comme nous l'avons déjà remarqué, les impacts qui présentent un super-étalement se situent tous dans un régime qui serait instable chez les fluides classiques :  $K > K_s$ . Néanmoins, le seuil de “splash” classique ne peut pas expliquer le phénomène de super-étalement. On observe en effet de nombreux points au-dessus du seuil qui ne présentent pas de super-étalement (triangles blancs).

Comment comprendre le retard de l'instabilité dans le cas de solution de Carbopol ? Une manière classique d'interpréter le critère  $K$  de “splash” consiste à étudier la dynamique de la lamelle qui émerge de la goutte aux tous premiers instants de l'impact (figure 4.19). En supposant que cette lamelle diffuse comme  $\sqrt{\nu t}$ , on trouve qu'elle émerge de la goutte après un temps caractéristique  $t_l \sim L_0/V_0 Re$ , avec une épaisseur  $\delta \sim L_0/Re$ , une longueur  $L_l \sim L_0/\sqrt{Re}$  et une vitesse  $V_l \sim V_0\sqrt{Re}$  ([Mongruel *et al.* 2009]). Le critère de splash consiste à dire que l'instabilité se déclenche quand l'énergie cinétique du film qui jaillit est beaucoup plus importante que l'énergie de surface créée ([Bird, Tsai & Stone 2009]) :

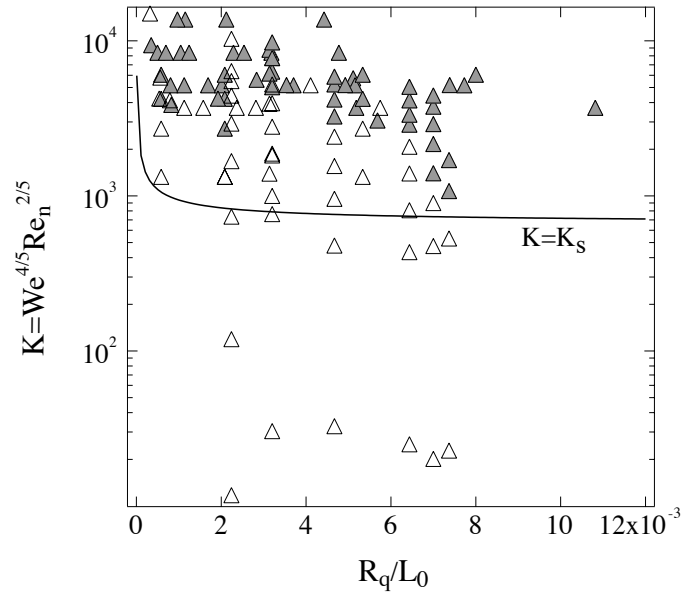


FIGURE 4.18 – Critère de splash d'un fluide newtonien  $K = We^{4/5}.Re^{2/5}$  en fonction de la rugosité normalisée  $R_q/L_0$ . La ligne représente le seuil de splash d'un fluide newtonien sur une surface rugueuse  $K_s = 649 + \frac{3.76}{(2R_q/L_0)^{0.63}}$  ([Cossali *et al.* 1997]). Les impacts tels que  $L_m/L_0 > 15\%$  ( $(L_m/L_0)_{verre}$ ) sont en symbole plein, les autres sont en symbole vide.

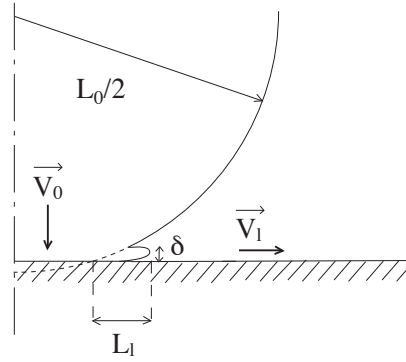


FIGURE 4.19 – Schéma du film précurseur de splash.

$\rho V_l^2 \gg (\sigma/L_l)$ , soit en utilisant les relations précédentes  $\rho V_l^2 L_l / \sigma = We Re^{1/2} = K^{5/4} \gg 1$ . On retrouve alors le critère de “splash” usuel.

Dans le cas du Carbopol, l’inertie du film éjecté n’est pas seulement opposée à la pression capillaire de Laplace mais aussi à une contrainte élastique de rappel. La manière la plus simple de réécrire le critère d’instabilité est la suivante :

$$\rho V_l^2 \gg \frac{\sigma}{L_l} + G \frac{L_l}{\delta}. \quad (4.8)$$

Avec les caractéristiques du film précurseur données plus haut, on peut définir un nombre sans dimension  $K'$  qui est relié au nombre  $K$  par :

$$K' = K \left( \frac{M^2}{M^2 + We} \right)^{4/5}. \quad (4.9)$$

Quand le terme élastique est négligeable devant l’effet capillaire  $We \ll M$ , on retrouve bien sûr le cas newtonien  $K' = K$ .

La figure 4.20 trace  $K'$  en fonction de la rugosité normalisée  $R_q/L_0$  pour nos expériences. La ligne continue indique la courbe  $K' = K_s$ , où  $K_s$  est le seuil empirique du splash (eq. 4.7) de [Cossali *et al.* 1997]. On remarque qu’avec le nombre  $K'$  prenant en compte l’effet stabilisant de l’élasticité, quasiment l’ensemble des expériences se situe en-dessous du seuil de splash. Les seuls points au-dessus du seuil (triangles noirs) correspondent à des impacts à grande vitesse de Carbopol 0.2 wt% sur la surface super-hydrophobe recouverte de *Magic Sand*. Ils correspondent aux seules expériences ayant donné lieu à une instabilité de la goutte lors de l’impact. La figure 4.21 montre la phénoménologie de l’instabilité. Pour une vitesse d’impact seuil  $V_s \approx 3.2 \text{ m.s}^{-1}$ , le contour de la nappe fluide fait apparaître des “doigts” qui deviennent des filaments. Ceux-ci continuent à s’allonger jusqu’à la rupture du film. Les filaments se détachent alors pour former des goutelettes satellites. Comparé au splash d’un fluide newtonien, l’amincissement des “doigts” est beaucoup plus marqué. Cette morphologie rappelle celle observée par [Rozhkov *et al.* 2003] lors d’impact de gouttes de solutions viscoélastiques sur une petite cible.

Cette discussion permet de comprendre la stabilisation des nappes de Carbopol dans une région normalement inaccessible aux fluides classiques. En revanche, elle ne permet pas de relier clairement l’apparition de l’étalement géant à un critère de “splash” classique. Sur la figure 4.20, il semble que la frontière entre la région d’étalement classique et celle de super-étalement ait lieu pour une valeur  $K'_s \approx 300$ , inférieure au seuil de “splash”. Si tel était le critère d’apparition du super-étalement, sa dépendance complexe envers les trois nombres sans dimension du problème explique en partie les difficultés que nous avons eu à décrire ce phénomène...



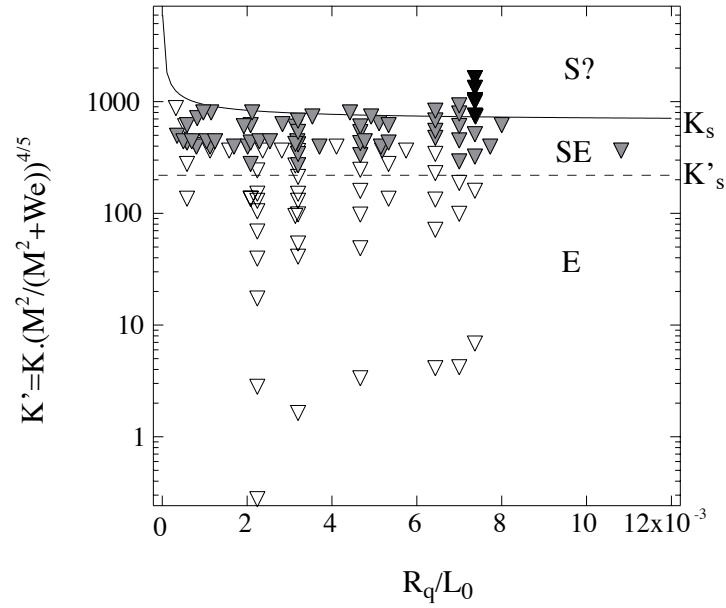


FIGURE 4.20 – Diagramme de phase pour un critère de super-étalement d’un fluide visco-élastique en fonction de la rugosité normalisée  $R_q/L_0$  : S=splash, SE=super-étalement et E=étalement. Les triangles blancs sont les points expérimentaux pour l’étalement, les triangles gris pour le super-étalement et les triangles noirs pour le splash des gouttes de Carbopol 0.2 wt%. La ligne représente le seuil semi-empirique de splash d’un fluide newtonien sur une surface rugueuse  $K_s = 649 + \frac{3.76}{(2R_q/L_0)^{0.63}}$  ([Cossali *et al.* 1997]). La ligne pointillée  $K' = K'_s$  délimite approximativement la région d’étalement et de super-étalement.

## 4.5 Conclusion

En impactant à grande vitesse des gouttes de micro-gel Carbopol sur une surface rugueuse hydrophobe, nous avons observé un phénomène tout à fait inédit de super-étalement. Les gouttes parviennent à atteindre une extension jusqu’à deux fois plus grande que celle observée sur une surface lisse partiellement mouillante (verre) dans les mêmes conditions. À notre connaissance, ce phénomène n’est observé ni avec les fluides newtoniens, ni avec les solutions diluées de polymères, pour lesquelles le paramètre d’étalement dépend peu de la nature de la surface d’impact. Des expériences systématiques en variant les propriétés des surfaces d’impact et des gouttes ont mis en évidence le rôle central de la rugosité des surfaces sur ce phénomène : on passe progressivement d’un étalement “normal” au super-étalement. Elles montrent également que l’épaisseur de la goutte lors de l’étalement est comparable aux rugosités des surfaces. Nous avons interprété cette réduction apparente de la friction basale sur les surfaces rugueuses en terme de longueur de glissement. L’hypothèse est que durant la phase d’étalement rapide de la goutte, le film soit dans un état de mouillage dynamique

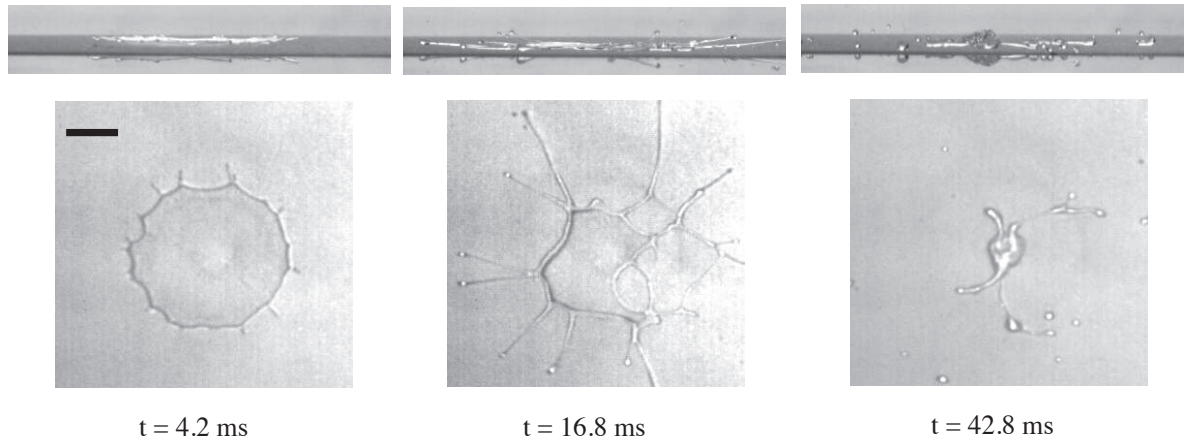


FIGURE 4.21 – Splash d’une goutte de Carbopol 0.2 *wt%* de taille  $L_0 = 8$  mm qui impacte la surface recouverte de sable hydrophobe ( $d = 222 \mu\text{m}$ ) à une vitesse  $V_0 = 3.5 \text{ m.s}^{-1}$ , en vue profil (haut) et en vue de dessous obtenue à l’aide d’un miroir placé à  $45^\circ$  et grâce à un éclairage puissant (bas). La barre d’échelle indique 1 cm.

quasi-nul. Dans ce cas, la surface effective liquide/solide est fortement réduite et la longueur de glissement importante. Un modèle énergétique simple incorporant une longueur de glissement proportionnelle à la rugosité des surfaces permet de retrouver en partie la phénoménologie, avec des longueurs de glissement apparent  $b_{app}$  pouvant atteindre des valeurs de l’ordre du millimètre ! Cette approche est toutefois trop simpliste et nous observons une forte dépendance de  $b_{app}$  avec  $M$  qui n’est pas décrite par le modèle. Nous avons fini cette étude en rediscutant le phénomène sous un aspect complètement différent. En s’interrogeant sur l’inhibition du splash par les propriétés élastiques du Carbopol, nous avons redirigé le problème vers une approche en terme d’instabilité. Par analogie au mécanisme de splash, nous avons dérivé un critère possible d’instabilité pour le super-étalement, qui dépendrait à la fois de  $M$ ,  $Re$  et  $We$ .

Au terme de ces expériences, la nature et l’origine du super-étalement ne sont pas encore clairement élucidées. Plusieurs pistes sont envisageables. Tout d’abord, il serait très intéressant d’utiliser des surfaces modèles plus contrôlées, comme des surfaces micro-texturées périodiques. Est-ce que le caractère aléatoire des surfaces rugueuses que nous avons utilisé est décisif dans ce phénomène ? L’utilisation de surface contrôlée permettrait également de mieux contrôler la fraction solide  $\phi_s$ . Dans le même esprit, une visualisation du profil de vitesse dans le film permettrait de tester directement l’hypothèse de longueur de glissement géante. Cependant la difficulté est grande pour atteindre les résolutions spatio-temporelle nécessaire. Enfin, inspiré de l’étude de [Xu, Zhang & Nagel 2005] sur l’influence de la pres-

sion ambiante sur le déclenchement du splash, des expériences d'impacts sous atmosphère contrôlée permettraient d'étudier le rôle de l'air sur le super-étalement. Quoiqu'il en soit, ce problème ouvre de nouvelles voies de recherches sur les impacts de fluides complexes, en particulier concernant l'instabilité de "splash".



# Chapitre 5

## Impact sur une surface meuble : formation de cratères

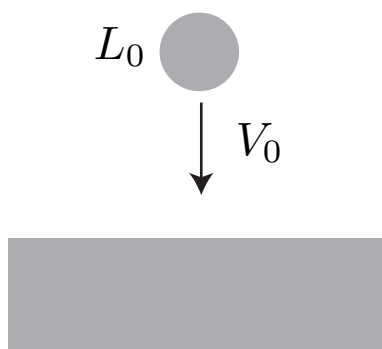


FIGURE 5.1 – Impact sur une surface meuble.

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressé aux impacts de gouttes de fluides à seuil sur des surfaces rigides. Dans ce chapitre, nous étudions l'autre configuration de cette thèse : l'impact d'une goutte de fluide à seuil dans un bain liquide constitué du même fluide (figure 5.1). Notre motivation initiale est liée à la compréhension des formes de cratère d'impact observées sur les planètes. Peut-on reproduire de tels cratères en laboratoire avec des fluides à seuil ? Comme dans les chapitres précédents, la question de base est celle des mécanismes physiques qui contrôlent la dynamique et la taille du cratère. Nous avons abordé ce problème complexe en utilisant du Carbopol, qui présente l'avantage d'être transparent pour étudier la dynamique du cratère. Des mesures globales (taille et dynamique du cratère) sont couplées à des mesures de la déformation du "sol" par PIV et suivi de traceurs. Ici encore, nous verrons que l'élasticité à temps court domine en grande partie la dynamique transitoire du cratère.

## 5.1 Problématique

L'Espace est formé d'une infinité de corps de toutes tailles qui voyagent à des vitesses d'une dizaine de kilomètres par seconde, attirés les uns les autres par la force gravitationnelle. Le processus d'impact est l'inévitable conséquence de cette activité cosmique. Tous les astres célestes, qui proviennent de façon ultime d'un processus d'accrétion, possèdent une surface modelée par des cratères. Depuis la mise en évidence, au cours des années soixante, que ces cratères lunaires (et terrestres) sont le résultat de collisions avec des corps gigantesques – météorites, astéroïdes, comètes –, le domaine des cratères d'impact a généré un grand nombre de travaux en astrophysique ([Chao *et al.* 1960, Melosh 1989]). L'étude des formes d'impact est en effet un des moyens les plus intéressants pour comprendre l'histoire et l'évolution du système solaire. Les morphologies sont très variées (annexe C). Les cratères simples en forme de bol (figure 5.2a) sont en général caractérisés par leur taille (profondeur, diamètre du bord extérieur). Des formes plus complexes existent, constituées d'un ou plusieurs anneaux (figure 5.2b,c), pouvant présenter un pic central (figure 5.2d). Du point de vue des mécanismes, la collision d'une météorite sur le sol met en jeu des énergies colossales qui engendrent la fracture, la fusion et la vaporisation des roches. Le projectile s'enfonce dans le sol et propage une puissante onde de choc qui creuse un cratère en éjectant une énorme quantité de matière. Les débris projetés retombent en pluie pour former des cratères secondaires. Les géophysiciens analysent conjointement le relief des cratères, la composition des brèches (mélange des roches brisées et fondues lors du choc) et l'emplacement des éjectas pour remonter l'histoire de l'impact.

Face à la complexité du phénomène, une première approche consiste à raisonner en terme de lois d'échelle [Holsapple 1993]. Dans le cas de grands cratères planétaires, on suppose en général que le mécanisme dominant est la gravité ([Melosh 1989]). L'énergie cinétique de l'impacteur est utilisée pour retirer le matériau du cratère vers les bords, augmentant ainsi son énergie potentielle. Le mécanisme est analogue à celui de la cavité transitoire formée quand une goutte d'eau tombe dans un bain liquide (voir chapitre 1). On prédit alors que la profondeur et la taille du cratère varie comme  $\propto Fr^{1/4}$ , où  $Fr = V_0^2/gL_0$  est le nombre de Froude. L'autre approche consiste à modéliser l'impact en utilisant des codes numériques de type mécanique des fluides ("hydrocodes") couplés à des équations pour la thermodynamique du milieu. La complexité de ces codes n'a cessé d'évoluer, depuis les premiers codes purement hydro (une goutte d'eau dans un bac d'eau), jusqu'à la prise en compte de phénomènes de transition de phase, de fragmentation, etc. Si ces codes donnent des formes d'impact réalistes, ils nécessitent l'introduction d'un grand nombre de paramètres.

De façon générale, notre compréhension des mécanismes physiques qui contrôlent les formes de cratère d'impact est limitée par la difficulté d'atteindre en laboratoire les conditions extrêmes rencontrées en astrophysique (taille d'objet kilométrique, vitesse d'impact de plusieurs km/s), et pour lesquelles les solides classiques "coulent" ([Kadono & Fujiwara 2005]). Un moyen de pallier à cette difficulté est d'étudier en laboratoire des impacts à faible vitesse dans des solides "fragiles" ou "mous". La plupart de ces études en laboratoire concerne l'im-

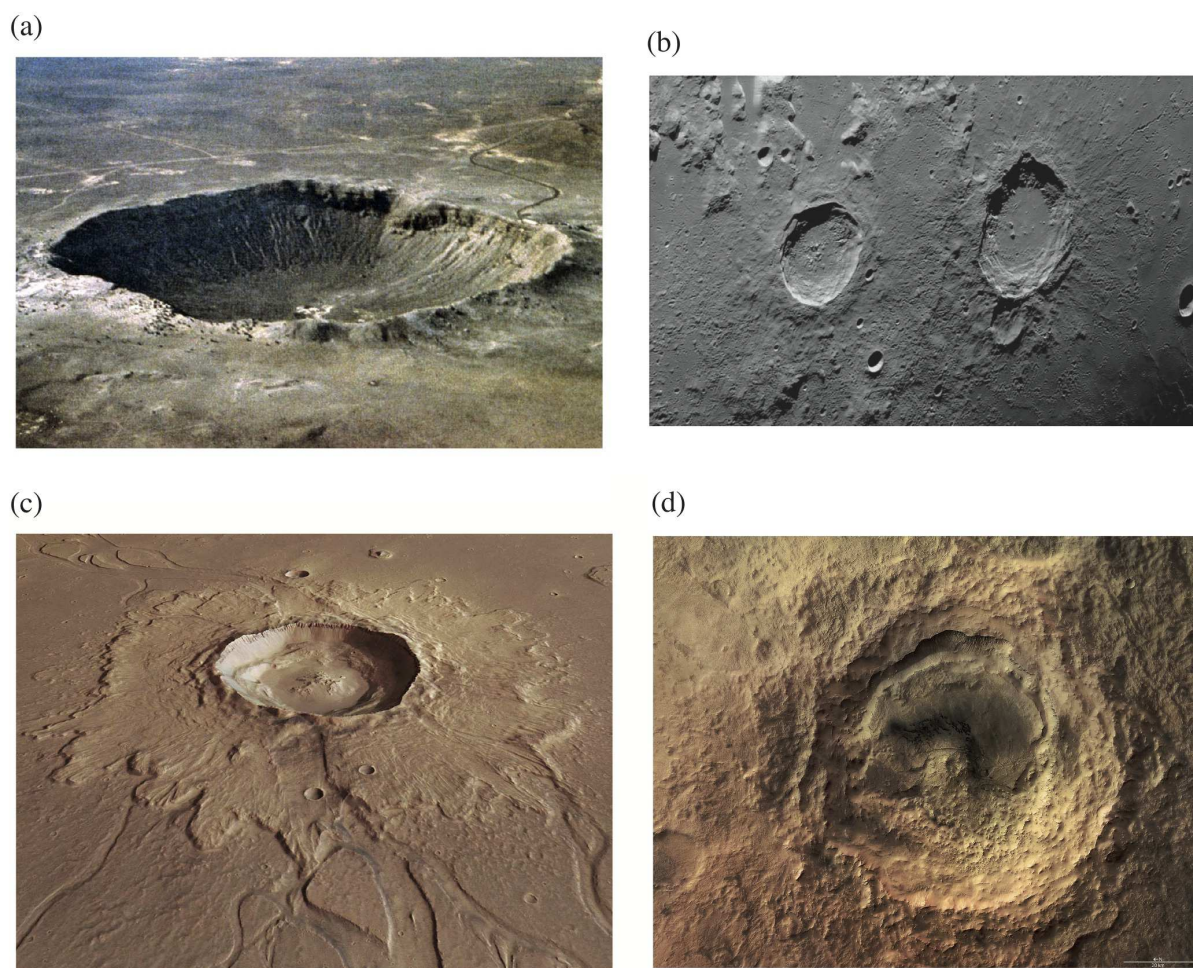


FIGURE 5.2 – Différentes morphologies de cratères résultant d’impacts de corps célestes. (a) Meteor Crater, dans l’Arizona aux Etats-Unis (diamètre  $D = 1.2$  km et profondeur  $P = 190$  m). (b) Cratères lunaires, Eudoxus ( $D = 67$  km) et Aristoteles ( $D = 87$  km). (c) Région martienne de Hephaestrus Fossae composée d’un cratère principal ( $D = 20$  km), de cratères secondaires et de canaux d’écoulement. (d) Région martienne de Noachis Terra, cratère Maander ( $D = 90$  km,  $P = 900$  m).

pact de billes rigides dans des milieux granulaires secs. Les travaux récents se sont concentrés sur la taille et la forme du cratère ([Walsh *et al.* 2003, Yamamoto *et al.* 2006]), la distribution des éjecta ([Deboeuf *et al.* 2009]) ou la dynamique de la cavité et la formation d’un jet granulaire ([Thoroddsen & Shen 2001, Lohse *et al.* 2004]). Un débat récurrent dans ces études est le rôle du fluide ambiant (l’air) sur la dynamique observée, qui peut fortement



interagir avec les grains à grande vitesse. De plus, les milieux granulaires sont un matériau non-cohésif avec un comportement frictionnel ([Forterre & Pouliquen 2008]), ce qui limite l'étude d'autres effets pouvant entrer en jeu dans les cratères d'impact (élasticité, cohésion, viscosité).

Il existe très peu d'études d'impact dans d'autres matériaux complexes présentant une transition solide/liquide ([Akers & Belmonte 2006, Tabuteau *et al.* 2007]). De plus, à notre connaissance, aucune ne s'est intéressée à l'impact d'une goutte de fluide à seuil dans le même milieu, bien que cette configuration soit souvent utilisée dans les simulations numériques pour modéliser les cratères d'impact planétaire ([Melosh 1989]). L'impact d'une goutte de fluide à seuil (taille  $L_0$ , vitesse  $V_0$ ) dans un sol meuble de même nature (densité  $\rho$ , module élastique  $G$ , contrainte seuil  $\tau_c$ , viscosité  $\eta$ ) en présence de gravité  $g$  fait *a priori* intervenir 4 nombres sans dimension (théorème  $\pi$ ). Le nombre de Froude,  $Fr = V_0^2/gL_0$  compare l'importance relative de l'énergie cinétique et potentielle gravitationnelle. Le nombre plastique,  $Y^2 = \rho V_0^2/\tau_c$  que nous avons déjà rencontré, représente le rapport entre la pression dynamique d'impact et la contrainte seuil. Le nombre de Bingham,  $Bi = \tau_c L_0/\eta V_0$  représente le rapport entre la contrainte seuil et la contrainte visqueuse. Enfin le nombre de Mach élastique,  $M = V_0/\sqrt{G/\rho}$  est le rapport entre la vitesse d'impact et la vitesse d'une onde élastique de cisaillement. La table 5.1 compare l'ordre de grandeur de ces nombres pour un impact de Carbopol (pour ce dernier, le nombre de Bingham est calculé en utilisant l'expression (3.2) du chapitre 3) et un impact typique de météorite à l'échelle planétaire ([Melosh 1989]). On constate que, à l'exception du nombre de Bingham, les nombres sans dimension choisis sont similaires entre le laboratoire et la situation géophysique.

Cette analyse dimensionnelle suggère qu'il pourrait être possible de reproduire en laboratoire, avec des fluides à seuil, certaines caractéristiques observées à grande échelle pour les impacts de météorite. Quelle est la dynamique et la forme de ces mini-cratères de laboratoire ? Quel est le lien entre cette dynamique transitoire et la forme finale du cratère ? Dans cette thèse, nous avons commencé à aborder ces questions par des impacts de Carbopol sur fond meuble.

	$V_0$ (m.s <sup>-1</sup> )	$L_0$ (m)	$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$G$ (Pa)	$\eta(V_0/L_0)$ (Pa)	$\tau_c$ (Pa)
météorite	$10^3$	100	2	$3.10^7$	$10^{10}$	$3.10^6$
Carbopol	5	$10^{-2}$	1	100	200	50

	$Bi$	$Fr$	$Y^2$	$M$
météorite	$3.10^{-4}$	900	600	8
Carbopol	$5.10^{-2}$	290	500	16

TABLE 5.1 – Ordre de grandeurs des paramètres du problème pour l'échelle géophysique des impacts de météorites (Melosh 1989) et pour l'échelle du laboratoire des impacts de gouttes de Carbopol.



## 5.2 Expérience typique : de la cavité transitoire au cratère final

Pour cette étude, nous utilisons le même dispositif de lâcher de goutte que celui présenté dans le chapitre 2. En revanche, la surface solide est remplacée par une cuve transparente (20 x 20 x 10 mm) remplie du même fluide à seuil que la goutte impactante. L'utilisation de Carbopol, transparent, permet de visualiser la dynamique d'impact en utilisant un éclairage diffusant par derrière. La figure 5.3 montre une séquence d'images typique obtenue avec ce dispositif pour une goutte de solution de Carbopol 0.5 wt% tombant dans la cuve à une vitesse  $V_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$ . La figure 5.4 trace la dynamique associée du diamètre normalisé  $L(t)/L_0$  et de la profondeur normalisée  $P(t)/L_0$ . Au moment de la collision, la goutte s'écrase sur la surface fluide et forme une corolle en pénétrant dans le milieu. Une cavité se crée et s'étend radialement autour du point d'impact. Cette cavité croît jusqu'à atteindre au bout d'un temps  $t_m$  une profondeur maximale  $P_m$  et un diamètre  $L_m$  (figure 5.4a). La cavité est alors quasiment hémisphérique ( $P_m/L_m/ \sim 2$ , figure 5.4b). Son diamètre est environ 4 fois plus grand que le diamètre de la goutte initiale  $L_0$ . Une fois ce cratère transitoire formé, la profondeur commence par diminuer en élargissant légèrement le diamètre, comme dans le mouvement d'une vague. La pente très raide du cratère transitoire s'adoucit rapidement. Le diamètre atteint alors son maximum  $L'_m \gtrsim L_m$  pour  $t'_m = 1.7 \text{ ms}$ , puis diminue, mais plus lentement que la profondeur (figure 5.4a). On note  $t_r$  l'instant où le retour au niveau pré-impact s'effectue. Au-delà de cet instant, le fond du cratère continue à monter pour former un faible jet (ou pic). À la fin de ce mouvement de rebond, l'écoulement du fluide à seuil s'arrête en fixant un cratère final, de diamètre  $L_f$ , ici d'environ 2 fois la taille de la goutte  $L_0$ . À la différence d'un liquide newtonien, pour une contrainte seuil assez importante, la tension superficielle ne parvient pas à aplanir l'interface qui reste figée dans une forme creuse. Par cette visualisation, on distingue à peine le diamètre du cratère permanent et sa profondeur est trop faible pour être mesurée. La figure 5.5 présente une vue de dessus du cratère final pour deux concentrations différentes de Carbopol. On constate une analogie avec certains cratères de météorite. On obtient des bassins peu profonds et parfois la formation d'un pic central permanent.

Pour finir sur cette description du phénomène, nous nous sommes demandé si il y avait coalescence entre la goutte et le milieu cible durant l'impact. Pour cela, nous avons coloré des gouttes de Carbopol en mélangeant de l'encre de Chine dans l'eau distillée de la solution ( $\sim 25\%$ ). Ce procédé apporte un excellent contraste mais modifie quelque peu la rhéologie du milieu. Il ne nous servira donc que pour des observations qualitatives. La figure 5.6 montre la vue de profil du cratère final formé par l'impact des gouttes teintées pour des vitesses d'impact  $V_0 = 2.5 \text{ m.s}^{-1}$  et  $V_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$ . Étonnamment, même à grande vitesse d'impact, la délimitation entre les deux milieux reste très nette. Il semble donc ne pas y avoir de mélange

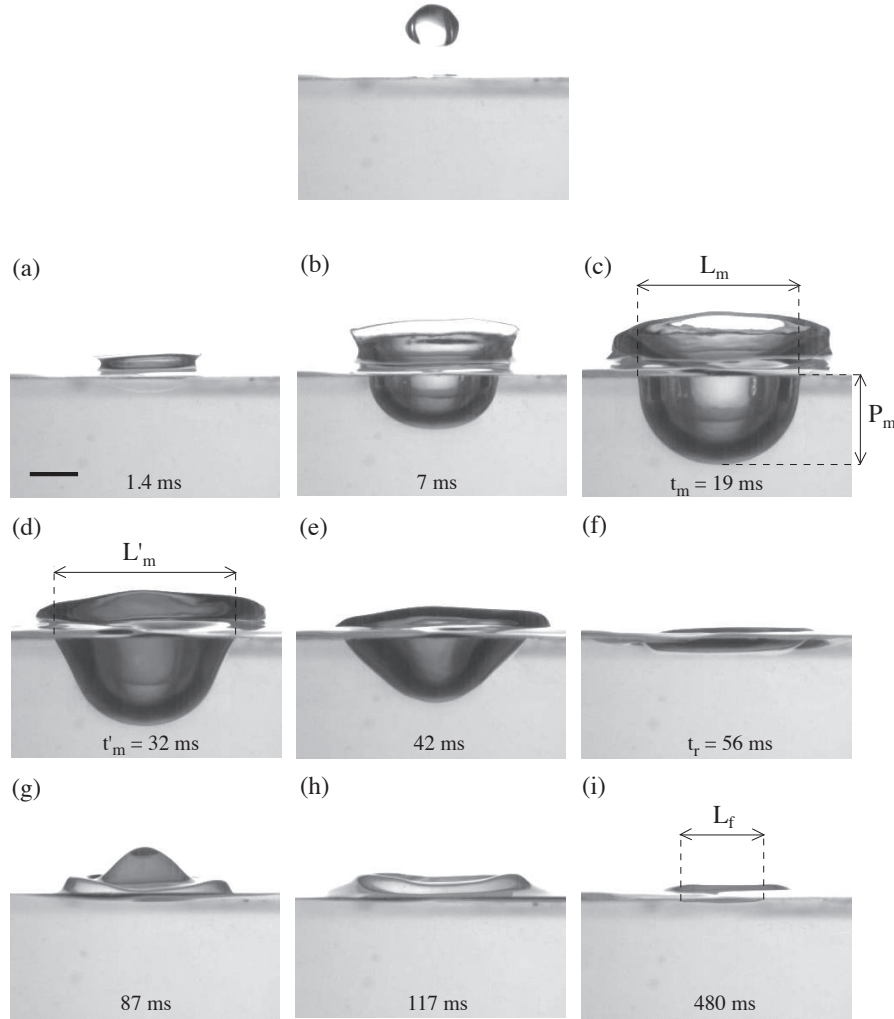


FIGURE 5.3 – Séquence d’images d’un impact de goutte de Carbopol 0.5 *wt%* de taille  $L_0 = 9$  mm dans un milieu constitué du même fluide, à une vitesse  $V_0 = 5$  m.s<sup>-1</sup>. (a)-(c) phase d’expansion du cratère, (d)- (f) phase de fermeture (g)-(i) phase de rebond. Le diamètre et la profondeur du cratère sont mesurés à partir du niveau pré-impact. La durée est donnée par rapport au moment de la collision. La barre d’échelle vaut 1 cm.

significatif entre la goutte et le “sol” lors de la formation du cratère. Ce comportement diffère fortement du cas de l’impact d’une goutte dans de l’eau (goutte de pluie), où l’on observe la formation de vortex ([Engel 1966]).

Ces premières observations montrent que nous pouvons facilement reproduire des cratères d’impact en laboratoire en utilisant des fluides à seuil. Un point remarquable est que la taille de la cavité transitoire, et en particulier sa profondeur, est bien plus grande que la taille du

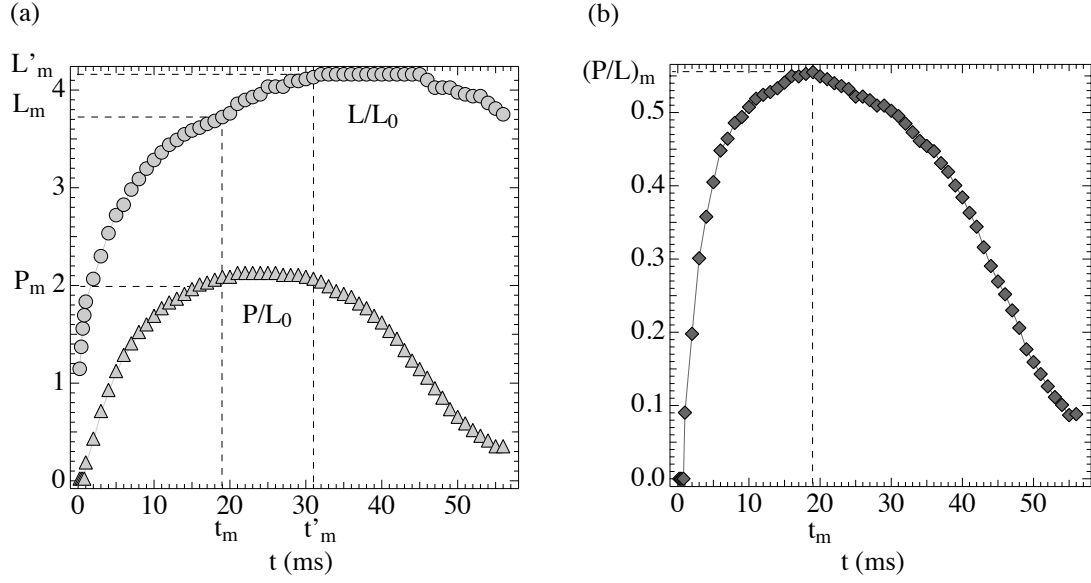


FIGURE 5.4 – Evolution temporelle des dimensions du cratère de la collision à la fin de la phase de retour  $t = t_r$  : (a) le diamètre normalisé par la taille de la goutte  $L(t)/L_0$  et la profondeur normalisée par la taille de la goutte  $P(t)/L_0$ , (b) le rapport profondeur-sur-diamètre  $P(t)/L(t)$ .

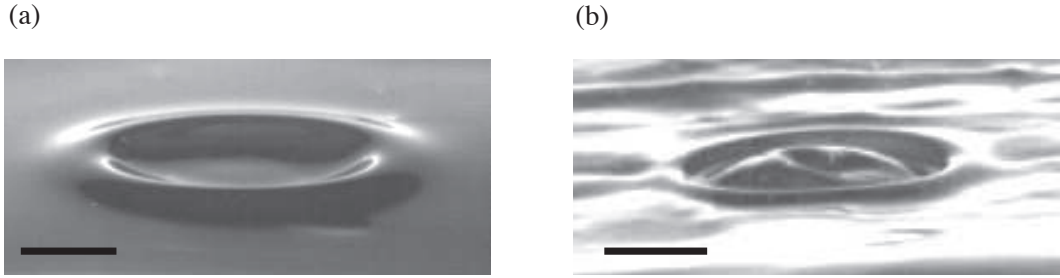


FIGURE 5.5 – Cratères permanents formés par l'impact "fluide/fluide" à une vitesse  $V_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$  d'une goutte de Carbopol (a) à 0.35 wt%, de taille  $L_0 = 8 \text{ mm}$  et (b) à 1 wt%, de taille  $L_0 = 14 \text{ mm}$ . L'échelle spatiale indique 1 cm.

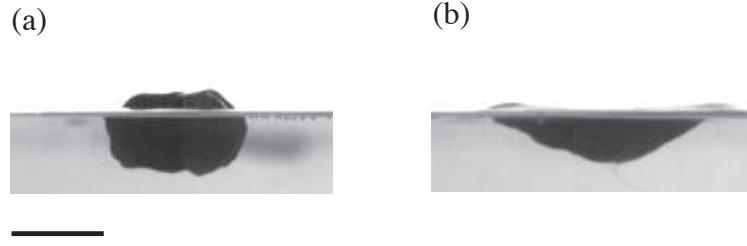


FIGURE 5.6 – Vue de profil du cratère final formé par l’impact d’une goutte de Carbopol teintée à l’encre de Chine de taille  $L_0 = 12 \text{ mm}$ . (a) pour une vitesse d’impact de  $V_0 = 2.5 \text{ m.s}^{-1}$  et (b) pour une vitesse d’impact de  $V_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$ . L’échelle spatiale indique  $1 \text{ cm}$ .

cratère final qui subsiste grâce à la contrainte seuil du milieu. De plus, on observe un fort rebond de la cavité, ce qui suggère que sa dynamique est contrôlée par l’inertie, et non par des phénomènes dissipatifs (plasticité ou viscosité). Par la suite, nous nous sommes essentiellement concentré sur cette phase transitoire de la formation du cratère, et en particulier sur les mécanismes qui fixent sa taille. Nous présenterons une brève étude de la morphologie du cratère final au paragraphe §5.6.

### 5.3 Dynamique de la cavité transitoire : un processus gravitaire ou élastique ?

Les observations précédentes montrent que l’énergie cinétique initiale de la goutte est en grande partie stockée réversiblement lors de l’impact avant d’être restituée. Le mécanisme le plus simple pour cette force de rappel est la gravité\*. Lors de l’ouverture de la cavité, une partie de l’énergie cinétique initiale sert à augmenter l’énergie potentielle de pesanteur du fluide soulevé autour de la cavité. Lorsque cette énergie potentielle de pesanteur ( $\sim \rho(2\pi/3)g P_m^4$ ) est du même ordre que l’énergie cinétique initiale ( $((1/2)\rho(\pi L_0^3/6)V_0^2)$ ), la cavité s’arrête de grandir (voir chapitre 1). Le diamètre  $L_m$  de la cavité transitoire (ou sa profondeur  $P_m$ ) est alors donné par la loi d’échelle ([Rein 1993, Liow 2001]) :

$$L_m/L_0 \sim Fr^{1/4}. \quad (5.1)$$

où  $Fr = V_0^2/gL_0$  est le nombre de Froude.

---

\*. Dans notre expérience, la tension de surface est négligeable devant la gravité :  $\rho g H^2/\sigma \gg 1$ .

Fluide	wt %	$G$ (Pa)	$K$ (Pa.s <sup><math>n</math></sup> )	$n$	$\tau_c$ (Pa)	$L_0$ (mm)
c3	0.35	47	4	0.5	8	8
c4	0.5	46	8.9	0.5	7.5	10, 12
c7	1	70	8.7	0.5	16	12, 14, 19
c10	2	134	17.3	0.5	44.7	10, 23

TABLE 5.2 – Caractéristiques des gouttes de fluides utilisés. La numérotation des solutions est donnée par rapport à l'ensemble de tous les fluides étudiés (voir table 2.1).

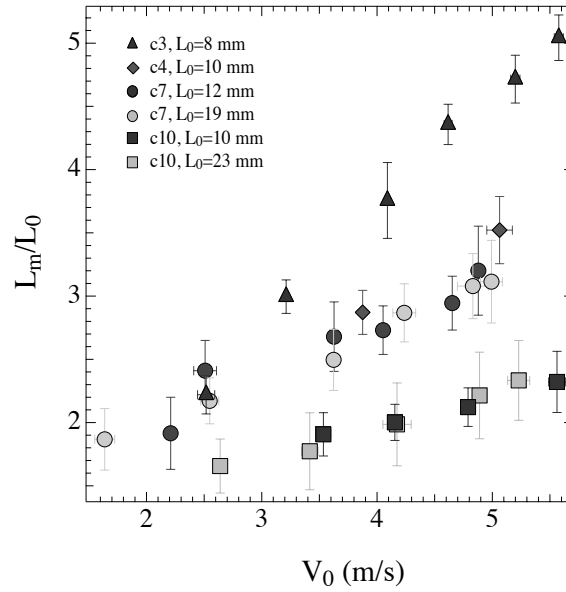


FIGURE 5.7 – Diamètre adimensionné du cratère transitoire  $L_m/L_0$  en fonction de la vitesse d'impact  $V_0$ .

Dans le cas de l'expérience de la figure 5.3, la pression hydrostatique associée à cette cavité transitoire,  $\rho g P_m \sim 400$  Pa, est bien plus grande que la contrainte seuil du fluide,  $\tau_c \sim 8$  Pa. La cavité se referme donc comme un fluide classique.

Pour tester cette hypothèse gravitaire, nous avons réalisé des impacts en variant systématiquement la vitesse d'impact  $V_0$  pour différentes tailles de goutte et concentrations de Carbopol (table 5.2). La figure 5.7 montre que la taille du cratère normalisée augmente avec la vitesse comme attendu. En revanche, le nombre de Froude rassemble mal les données comme le montre la figure 5.8a. D'une part, pour un même fluide et une même vitesse d'impact, les cratères ne semblent pas dépendre de la taille de la goutte. D'autre part, pour une vitesse et

une taille donnée, on constate une augmentation systématique de la taille du cratère quand la concentration du fluide diminue.

Cette dépendance de la taille du cratère transitoire avec le fluide suggère, qu'ici encore, l'élasticité joue un rôle important, bien que les contraintes mises en jeu soient beaucoup plus grandes que la contrainte seuil. Notre étude des impacts sur une surface solide (chapitres 3 et 4) a déjà mis en évidence l'importance de l'élasticité dans le comportement à temps court du Carbopol. Dans la gamme des propriétés du fluide indiquées dans la table 5.2 et pour des vitesses d'impact entre  $1.5 \text{ m.s}^{-1}$  à  $5.5 \text{ m.s}^{-1}$ , on obtient des nombres de Deborah,  $De = (K/G)^{1/n}/(L_0/V_0)$ , entre 0.9 et 8. Pour ces écoulements, le temps de relaxation du fluide est égal ou supérieur au temps caractéristique d'impact. On s'attend donc à ce que les déformations dans le fluide soient essentiellement élastiques, même au-delà du seuil d'écoulement. La déformation élastique typique pour une cavité d'amplitude  $P_m$  et de longueur d'onde  $L_m$  est  $\epsilon_{el} \sim (P_m/L_m)$ . En supposant que cette énergie est distribuée dans un volume autour de la cavité  $\sim P_m L_m^2$ , on trouve que l'énergie élastique emmagasinée est  $\sim G(\frac{P_m}{L_m})^2(L_m^2 P_m)$ . En équilibrant cette énergie élastique avec l'énergie initiale d'impact, et pour une cavité hémisphérique ( $P_m \propto L_m$ ), on trouve :

$$\frac{L_m}{L_0} \sim \left( \frac{\rho V_0^2}{G} \right)^{1/3} \sim M^{2/3}. \quad (5.2)$$

où  $M = V_0/\sqrt{G/\rho}$  est le nombre de Mach élastique. La figure 5.8b montre que les données se rassemblent mieux en utilisant le nombre de Mach que le nombre de Froude. Une loi en  $M^{2/3}$  est possible, bien que la gamme de Mach explorée soit insuffisante pour tester sérieusement la loi d'échelle.

Ce résultat peut être mis en relation avec des études précédentes de l'impact d'une sphère rigide dans des solutions micellaires concentrées ([Akers & Belmonte 2006]) ou du Carbopol ([Tabuteau *et al.* 2007]). Dans ce cas, la sphère pénètre dans le liquide en trouant la surface puis pénètre à une distance  $z_p$ , avant de se mettre à osciller. Pour des grands nombres de Deborah, les auteurs trouvent pour la distance de pénétration  $z_p$  une relation du type  $z_p/L_0 \sim Fe^{1/3}$ , où  $Fe = \Delta\rho V_0^2/G$  est interprété comme un nombre de Froude élastique, avec  $\Delta\rho$  la différence de masse volumique entre la sphère et le fluide. Ce nombre est relié au nombre de Mach élastique :  $Fe \propto M^2$ . On retrouve une loi en  $M^{2/3}$  pour la profondeur de pénétration de la sphère. Notons que la cavité transitoire et le cratère final dans ces expériences d'impact de sphères rigides sont très différents de ceux observés dans nos expériences avec des gouttes fluides ou dans les cratères d'impact de météorite.

Le rassemblement des points expérimentaux suivant le nombre  $M$  ainsi que l'analogie avec un cas purement viscoélastique d'impacts de sphère solide, apportent de la consistance à notre hypothèse de cratère transitoire élastique. On s'attend à une transition entre un régime dominé par l'élasticité et un régime dominé par la gravité quand la taille du cratère élastique (5.2) devient égal à la taille du cratère gravitaire (5.1)\*, soit :  $M^{2/3} \sim Fr^{1/4}$ . Sur

---

\*. Par analogie avec l'étude de [Clanet *et al.* 2004] sur la transition capillaire/visqueux d'étalement d'une goutte.

la figure 5.8, ces grandeurs sont équivalentes et l’analyse dimensionnelle ne permet pas de trancher entre les mécanismes. Afin d’élargir la gamme de paramètres, nous avons montré une expérience dans laquelle nous pouvons varier la gravité effective.

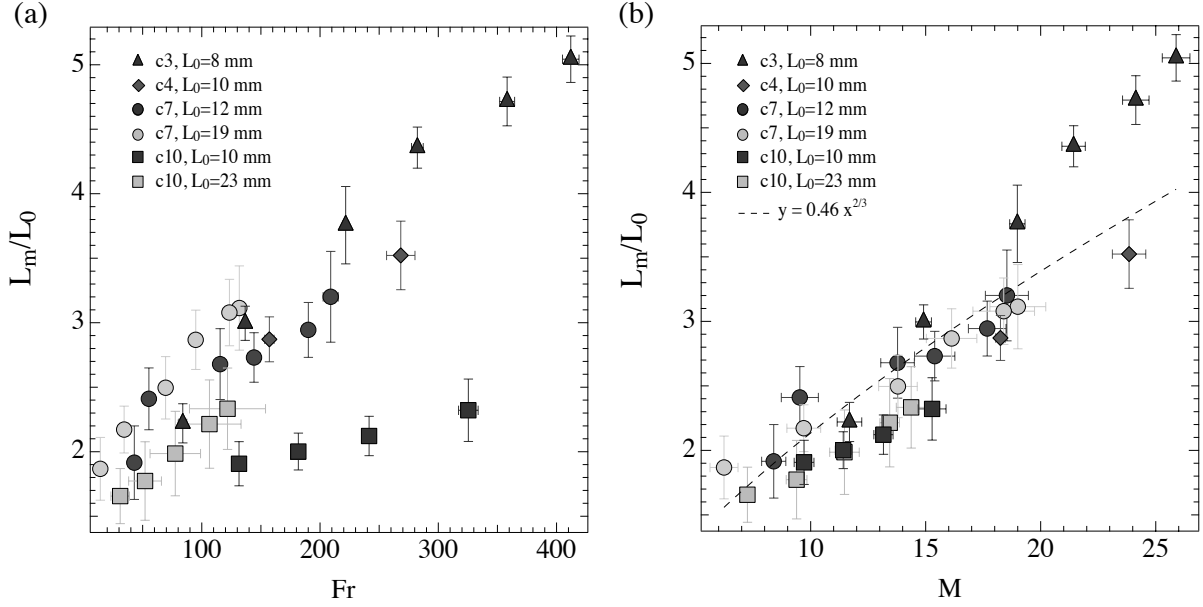


FIGURE 5.8 – Diamètre adimensionné du cratère transitoire  $L_m/L_0$  (a) en fonction du nombre de Froude  $Fr$  et (b) en fonction du nombre de Mach élastique  $M$ . La ligne pointillée représente l’ajustement des points avec la fonction  $y = a x^{2/3}$ , on trouve  $a = 0.46$ .

## 5.4 Expériences en “micro-gravité”

### 5.4.1 Principe et dispositif expérimental

L’objectif de cette étude est d’éliminer la gravité ressentie par le fluide durant l’impact en mettant la cuve en apesanteur. Pour cela, on impose à la cuve une trajectoire parabolique  $z(t)$ , telle que l’accélération de la cuve  $a$  soit constante. Dans le référentiel de la cuve, la gravité effective est égale à :  $\vec{g}_{app} = (g + a)(-\vec{e}_z)$ , où  $g > 0$  est l’accélération de la pesanteur terrestre et  $\vec{e}_z$  le vecteur unitaire de position dirigé vers le haut. Si la cuve décélère au moment de l’impact avec la goutte ( $a < 0$ ), la gravité effective est diminuée. Elle s’annule pour  $a = -g$ . Pour que l’expérience soit possible, il faut que le temps de “chute libre” de la cuve soit plus grand que la durée typique  $T$  de la dynamique de la cavité. Pour une trajectoire parabolique, la distance parcourue pendant un temps donné  $T$  est minimale au sommet de

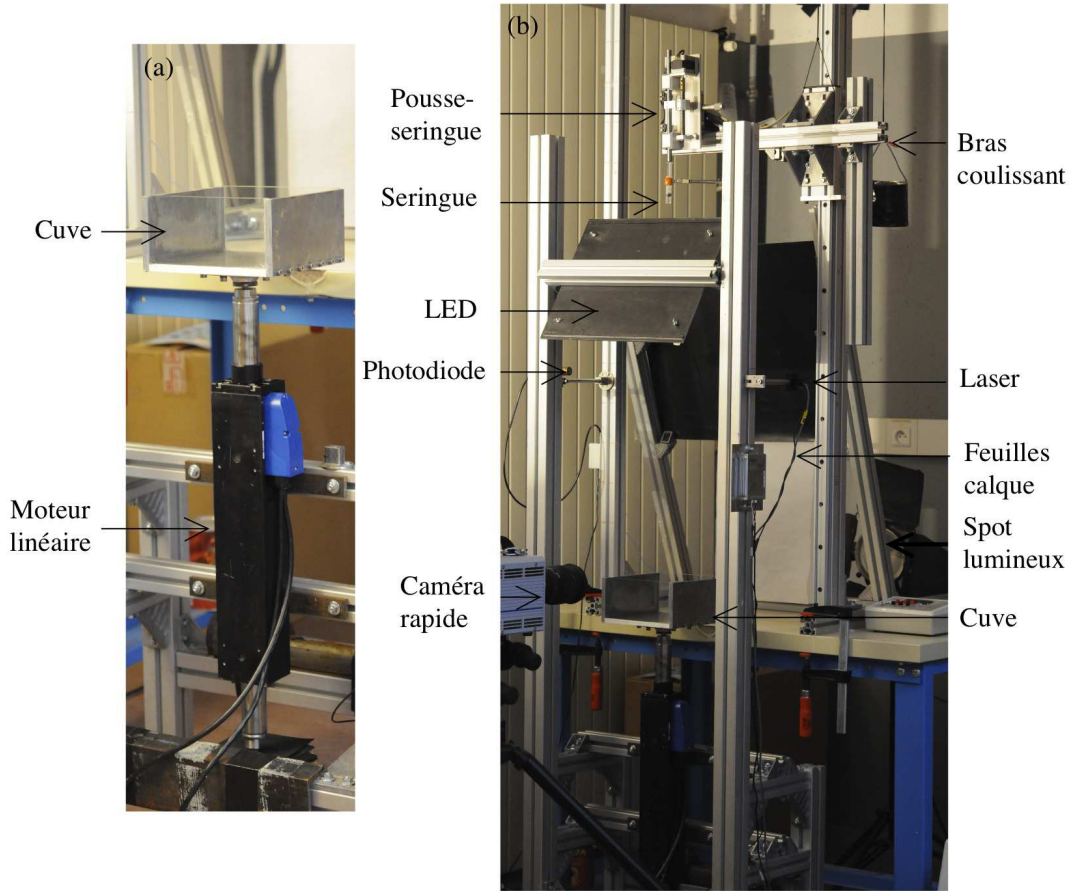


FIGURE 5.9 – (a) Cuve 20x20x10 cm montée sur au bout du barreau magnétique du moteur électrique linéaire (Copley Controls). (b) Dispositif expérimental : système de formation de goutte, système de détection de la goutte et de déclenchement du moteur, éclairage, acquisition par caméra rapide.

la parabole et vaut :  $Z = \frac{1}{2}aT^2$ . Pour  $a \sim 10 \text{ m.s}^{-2}$  et  $T \sim 100 \text{ ms}$  (figure 5.4), on trouve  $Z \sim 5 \text{ cm}$ .

Expérimentalement, la cuve est fixée à un moteur linéaire constitué d'un barreau magnétique, dont on peut programmer la trajectoire (Copley Controls) (figure 5.9). La figure 5.10b reporte une trajectoire typique du barreau magnétique que nous avons programmée. Elle est composée de trois paraboles. La première phase d'accélération constante de durée  $\sim 100 \text{ ms}$  (vitesse dirigée vers le haut, figure 5.10a) permet d'atteindre une vitesse  $\sim 1.5 \text{ m.s}^{-1}$ . La deuxième phase de durée  $\sim 280 \text{ ms}$  correspond à la phase d'"apesanteur" ( $a < 0$ ), pour laquelle la vitesse change de signe (sommet de la parabole). Enfin la dernière phase (durée  $\sim 100 \text{ ms}$ ) permet de ramener la cuve à une vitesse nulle à sa position initiale. Pour calculer



l'accélération  $a$  dans la phase d'apesanteur, nous ajustons la trajectoire avec une parabole  $z(t) = (1/2)t^2 + bt + c$  sur un intervalle de temps centré correspondant à 75 % du temps total de la parabole (traits rouges). Varier cet intervalle entre 100 % et 50 % du temps total (traits noirs) entraîne une variation de la mesure de l'accélération  $a$  de 2 %. Pour le cas de la figure 5.10, la durée de la trajectoire parabolique est de  $\sim 220$  ms, la distance parcourue par le barreau est de  $\sim 9$  cm et la décélération est de  $a = -9.77 \text{ m.s}^{-2}$ .

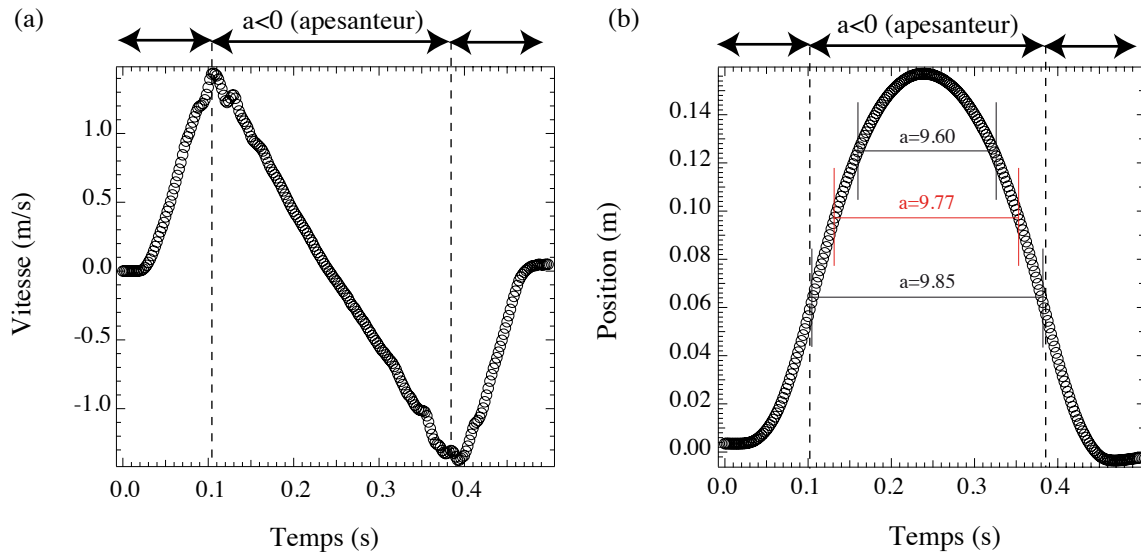


FIGURE 5.10 – Acquisition du mouvement du barreau magnétique : (a) vitesse en fonction du temps (b) position en fonction du temps. L’ajustement de la courbe avec une trajectoire parabolique  $z = \frac{1}{2}at^2 + bt + c$  s’effectue pour les intervalles de temps indiqués par les segments. Le segment rouge indique l’ajustement utilisé qui donne l’accélération  $a = -9.77 \text{ m.s}^{-2}$ . Les intervalles en noir ont des durées de  $\pm 25\%$  la durée de l’intervalle en rouge.

Une des difficultés de l’expérience consiste à synchroniser la chute de la goutte avec le mouvement de la cuve pour créer le cratère au bon moment. Pour optimiser le temps total d’apesanteur et minimiser les effets d’une vitesse relative sur le mécanisme de formation du cratère, nous souhaitons que l’impact s’effectue au sommet de la parabole où la vitesse de la cuve est nulle dans le référentiel du laboratoire. Pour cela, nous avons monté un système de détection composé d’une photodiode et d’un laser. Le laser éclaire en permanence la photodiode. Le déclenchement du moteur s’effectue quand la goutte qui tombe défléchit le rayon laser. Le réglage de la position du système photodiode/laser permet de provoquer la collision au moment où la cuve atteint le sommet de sa trajectoire parabolique. Ce réglage varie selon la vitesse de la goutte et l’accélération de la cuve. La figure 5.11 récapitule les étapes de l’expérience : la formation de la goutte, l’activation du mouvement parabolique de la cuve et la formation du cratère. Dans les expériences, nous utiliserons 3 valeurs d’accélération

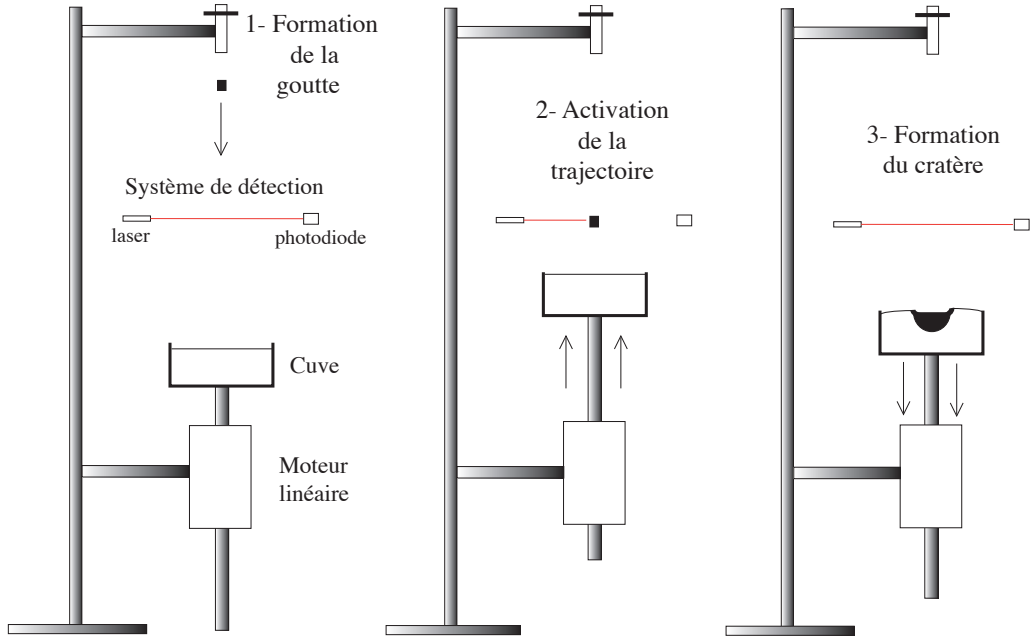


FIGURE 5.11 – Schéma du déroulement de l'expérience de formation de cratères en pesanteur variable.

$a$  :  $a_1 = -9.73 \pm 0.04 \text{ m.s}^{-2}$  (incertitude sur 5 mouvements successifs),  $a_2 = -7.37 \pm 0.02 \text{ m.s}^{-2}$  et  $a_3 = -10.31 \pm 0.003 \text{ m.s}^{-2}$ . En prenant  $g = 9.80 \text{ m.s}^{-2}$ , on obtient  $g_{1app} = 0.068 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $g_{2app} = 2.43 \text{ m.s}^{-2}$  et  $g_{3app} = -0.51 \text{ m.s}^{-2}$ . Par abus de langage, nous parlerons de micro-gravité pour  $g_{1app}$ . Dans le dernier cas  $g_{3app}$ , l'effet de la gravité est dirigé vers le haut, mais pour une valeur faible.

## 5.4.2 Dynamique du cratère en micro-gravité

### *Tests préliminaires dans l'eau*

Pour tester le dispositif expérimental, nous avons tout d'abord étudié des impacts de gouttes de Carbopol dans une cuve remplie d'eau (annexe D). Quand la cuve est au repos (gravité normale), on observe le cas classique de la formation d'un cratère maximal suivi de sa fermeture. Pour une goutte de gel de taille  $L_0 = 14 \text{ mm}$  tombant dans l'eau à une vitesse  $V_0 = 6.8 \text{ m.s}^{-1}$ , on a un nombre de Weber de  $We = 92480$  et un nombre de Froude de  $Fr = 337$ . D'après le diagramme de phase établi par Liow ([Liow 2001]), l'impact devrait s'effectuer dans un régime gravitationnel qui prédit une profondeur maximale telle que  $P_m/L_0 = 0.727(Fr/3\rho')^{1/4}$ , avec  $\rho' = \rho_{cible}/\rho_{projectile} \sim 1$  dans notre cas, soit  $P_m/L_0 = 2.37$ . Notre mesure,  $P_m/L_0 = 2.41$ , est en très bon accord. Quand on supprime la

gravité, ( $g_{1app} = 0.07 \text{ m.s}^{-2}$ ), la dynamique est complètement différente. Après une première phase inertielle rapide, la cavité continue de s’étendre et ne se referme pas tant que dure la phase d’“apesanteur”.

### ***Impact de Carbopol***

La figure 5.12 compare la dynamique d’impact en gravité normale (gauche) et en micro-gravité ( $g_{1app} = 0.07 \text{ m.s}^{-2}$ ) pour une goutte de taille  $L_0 = 14 \text{ mm}$  tombant dans une cuve de Carbopol 1 wt% avec une vitesse  $V_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$ . On constate que les dynamiques sont très similaires. Surtout, la taille du cratère transitoire est la même en micro-gravité qu’en gravité normale et le cratère se referme dans les deux cas, contrairement au cas de l’eau en micro-gravité. Dans le cas d’un fluide à seuil comme le Carbopol, en l’absence de gravité, seule l’élasticité peut être responsable du processus.

Quand on regarde la dynamique plus en détail, on constate toutefois des différences entre le cas avec ou sans gravité. Par exemple, en micro-gravité, la taille du cratère diminue plus lentement, avec une morphologie plus aplatie. Les courbes des figures 5.13a et 5.13b comparent l’évolution temporelle du diamètre  $L(t)$  et de la profondeur  $P(t)$  normalisés par la taille de la goutte  $L_0$  dans les deux situations. Alors que la phase d’expansion des deux cratères est tout à fait similaire, l’effet de la gravité apparaît durant la phase de fermeture. Le diamètre et la profondeur diminuent plus lentement pour  $g_{1app} = 0.07 \text{ m.s}^{-2}$ . La gravité accentue donc le mouvement de rebond. La figure 5.13c donne enfin l’évolution de la morphologie des deux cratères. La phase de fermeture du cratère en micro-gravité manifeste un rapport profondeur-sur-diamètre quasiment constant  $P/L \sim 0.75$ , contrairement au cas avec gravité. Cette différence provient sans doute du gradient de pression verticale qui, en présence de gravité, brise la symétrie sphérique du problème.

### ***Loi d’échelle***

Ce dispositif nous a permis de faire varier la gravité apparente ressentie par le fluide, et donc le nombre de Froude, sur une plus grande gamme. Nous avons fait des mesures systématiques en présence de 3 gravités apparentes différentes (en plus de la gravité normale) :  $g_{1app} = 0.07 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $g_{2app} = 2.4 \text{ m.s}^{-2}$  et  $g_{3app} = -0.5 \text{ m.s}^{-2}$  pour 1 taille de goutte et 1 type de fluide ( $L_0 = 14 \text{ mm}$ , Carbopol 1 wt%). La figure 5.14 ajoutent les nouveaux points d’impacts aux courbes de la figure 5.8. Il apparaît clairement que le mécanisme de formation du cratère transitoire n’est pas contrôlé par la force gravitationnelle. En revanche, les points à pesanteur variée se placent parfaitement sur la courbe  $L_m/L_0$  en fonction du Mach élastique  $M$ . Il en est de même pour la profondeur normalisée  $P_m/L_0$  en fonction du Mach (figure 5.15a). On remarque que pour l’ensemble des impacts, le rapport profondeur-sur-diamètre de la cavité transitoire est autour de 0.5, la cavité se rapprochant d’une demi-sphère à grands Mach (figure 5.15b).

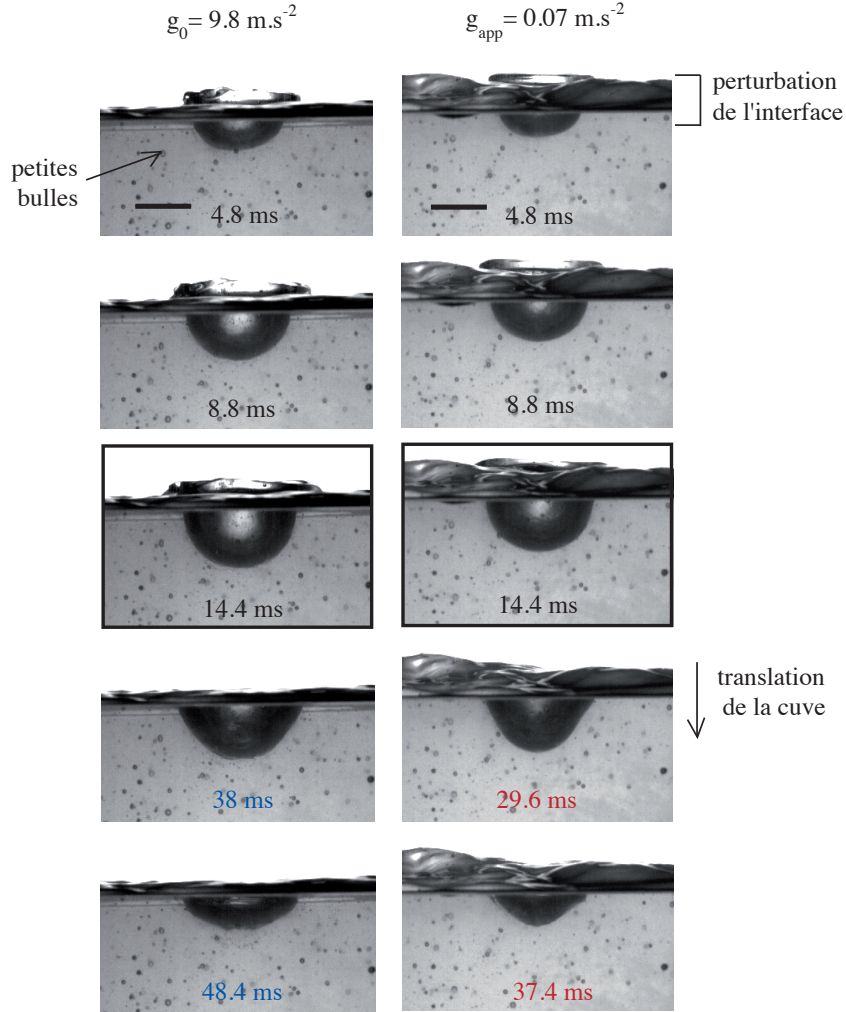


FIGURE 5.12 – Formation d'un cratère de micro-gel Carbopol par l'impact d'une goutte de concentration 1 % et de taille  $L_0 = 14$  mm, à la vitesse  $V_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$ , en gravité normale (en haut) et en micro-gravité avec  $g_{app} = 0.07 \text{ m.s}^{-2}$  (en bas). L'échelle temporelle est donnée par rapport au moment de la collision. Les images de la phase d'expansion des cratères sont prises aux mêmes instants, contrairement aux images de la phase de retour. L'échelle spatiale indique 1.5 cm.

Pour finir, on peut s'intéresser aux temps caractéristiques du phénomène. Le graphique 5.16a représente le temps adimensionné d'expansion du cratère maximal  $t_m V_0 / L_0$  en fonction de  $M$ . On observe un rassemblement des points d'impacts en gravité normale et une légère augmentation de la durée de formation du cratère transitoire quand on diminue la pesanteur

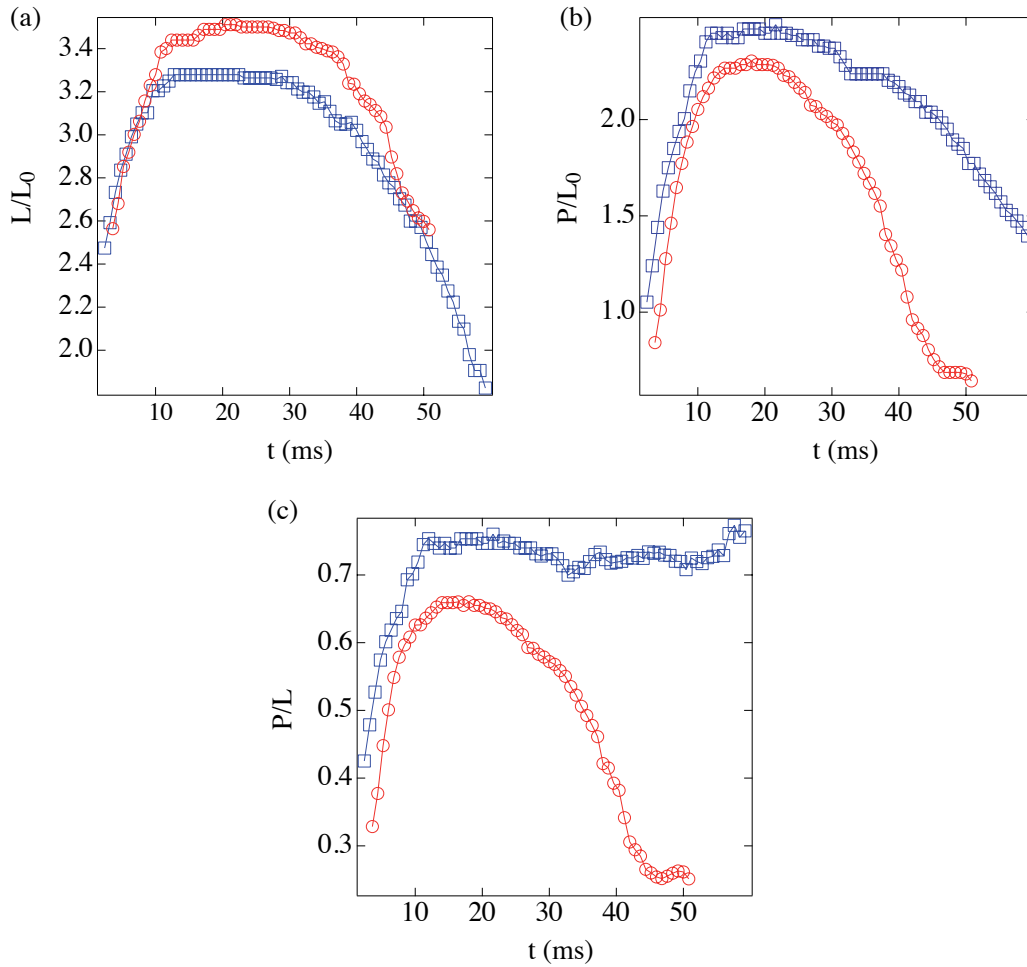


FIGURE 5.13 – Évolution temporelle des dimensions du cratère : (a) le diamètre normalisé par la taille de la goutte  $L(t)/L_0$  et (b) la profondeur normalisée par la taille de la goutte  $P(t)/L_0$ . (c) le rapport profondeur-sur-diamètre  $P(t)/L(t)$ , en gravité normale (rond) et en micro-gravité avec  $g_{1app} = 0.07 \text{ m.s}^{-2}$  (carré).

apparente. Quand on trace le temps adimensionné mis par le cratère pour se former et se refermer,  $t_r V_0/L_0$ , en fonction de  $M$ , le rassemblement des points d’impacts dans les conditions normales est notable. Par contre, il y a une nette augmentation du temps de fermeture du cratère transitoire quand on diminue l’effet de la gravité. Ce résultat est cohérent avec les mesures dynamiques établies précédemment (fig. 5.13). Il faut préciser que ces durées sont inférieures à la durée de la parabole, ce qui assure une décélération de la cuve constante jusqu’à  $t = t_r$ .

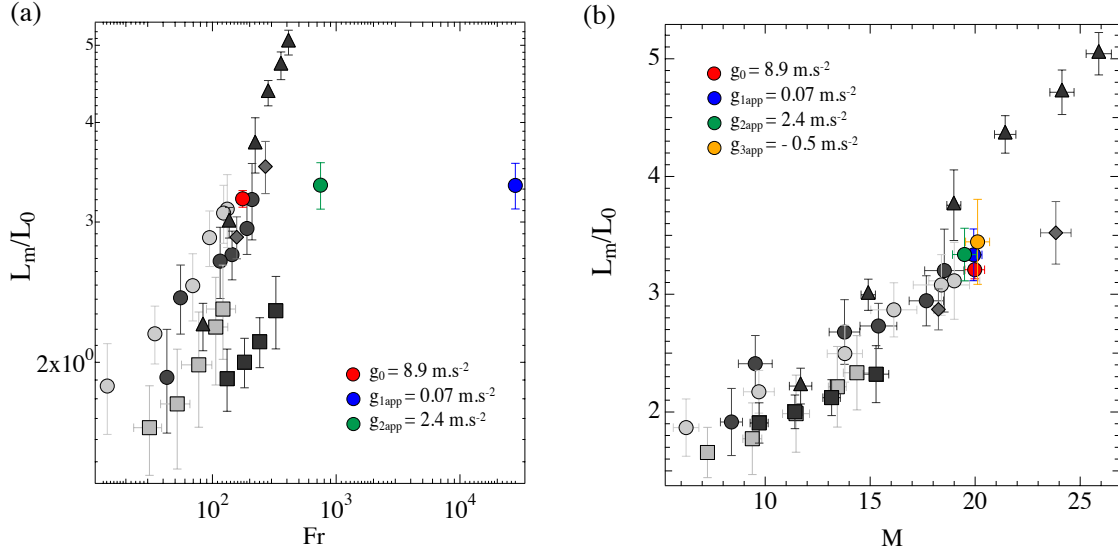


FIGURE 5.14 – Diamètre du cratère transitoire normalisé par la taille de la goutte  $L_m/L_0$  en fonction du nombre de Froude  $Fr$  (a) et du nombre de Mach élastique  $M$  (b). Les points en niveau de gris correspondent à la légende de la fig. 5.8. Les points colorés sont les impacts de gouttes de Carbopol 1 wt% de taille  $L_0 = 14$  mm, à des vitesses autour de  $V_0 \sim 5$  m.s<sup>-1</sup>, effectués dans le montage en pesanteur variable.

Ces résultats en micro-gravité confirme que la dynamique de la cavité transitoire est essentiellement contrôlée par l'élasticité, même dans ce régime de grandes déformations. Nous allons maintenant aller au-delà de ces mesures globales et déterminer plus en détail le champ de déformation autour de la cavité. Quelle est le mouvement du “sol” durant l’impact ? Quelles sont les régions qui subissent des déformations élastiques ou plastiques ? Peut-on calculer directement l'énergie élastique stockée, sans recourir aux lois d'échelle et aux hypothèses sous-jacentes ? Nous allons tirer profit de la transparence du Carbopol pour tenter de répondre à ces questions.

## 5.5 Visualisation des déformations du “sol” durant l’impact

### 5.5.1 Principe de l'expérience

L'objectif de cette expérience est de visualiser le mouvement du fluide à l'intérieur de la cuve (30 x 30 x 10 mm) durant l'impact. Pour cela, nous avons choisi d'introduire dans le fluide un réseau 2D de particules qui serviront de traceurs (figure 5.17). Les particules

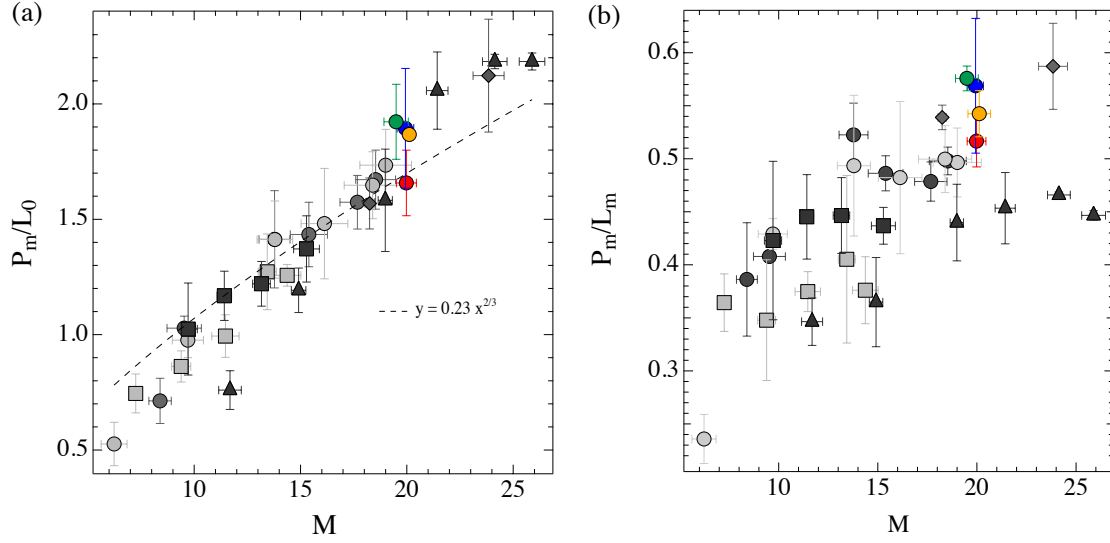


FIGURE 5.15 – (a) Profondeur du cratère transitoire normalisé par la taille de la goutte  $P_m/L_0$  (a) et rapport profondeur-sur-diamètre du cratère transitoire  $P_m/L_m$  (b) en fonction du nombre de Mach élastique  $M$ . La ligne pointillée représente l’ajustement des points avec la fonction  $y = b x^{2/3}$ , on trouve  $b = 0.23$ . La légende est celle des fig. 5.8 et 5.14.

sphériques en PVC opaque et de diamètre  $D = 2.3$  mm sont placées dans le gel une à une à la pince à épiler (nombre de particules  $N = 114!$ ). Elles restent suspendues dans le fluide grâce à la contrainte seuil. Un éclairage puissant par derrière permet d’obtenir un bon contraste (figure 5.17). Une des difficultés de l’expérience est de faire tomber la goutte exactement dans le plan du réseau de traceurs.

Pour suivre la trajectoire des traceurs, nous utilisons une technique de suivi de particule Lagrangienne (Particle Tracking). L’image est tout d’abord seillée et les positions initiales des particules déterminées sous Matlab par corrélation d’image. Le déplacement de chaque particule entre deux images est alors déterminé par corrélation d’image et sa nouvelle position rafraîchie (code maison). Dans notre cas, il a fallu faire un compromis sur la résolution du maillage pour pouvoir suivre toutes les trajectoires. En effet, si les particules sont initialement trop rapprochées, une fois mises en mouvement, leurs trajectoires peuvent se croiser, ce qui rend leur suivi par l’algorithme difficile. De plus, alors que le maximum de déformation se situe au niveau de la surface, on ne peut pas quadriller cette zone de trop près car les particules s’y perdent, dans la mesure où leur niveau de gris se confond avec la ligne sombre de l’interface (figure 5.17).

À l’issue de ce traitement, nous obtenons la position  $\{x^n(t), y^n(t)\}$  de l’ensemble des particules au cours du temps. Il est alors théoriquement possible de reconstituer différentes grandeurs locales (trajectoires, champ de vitesse, champ de déformation) et globales (énergie

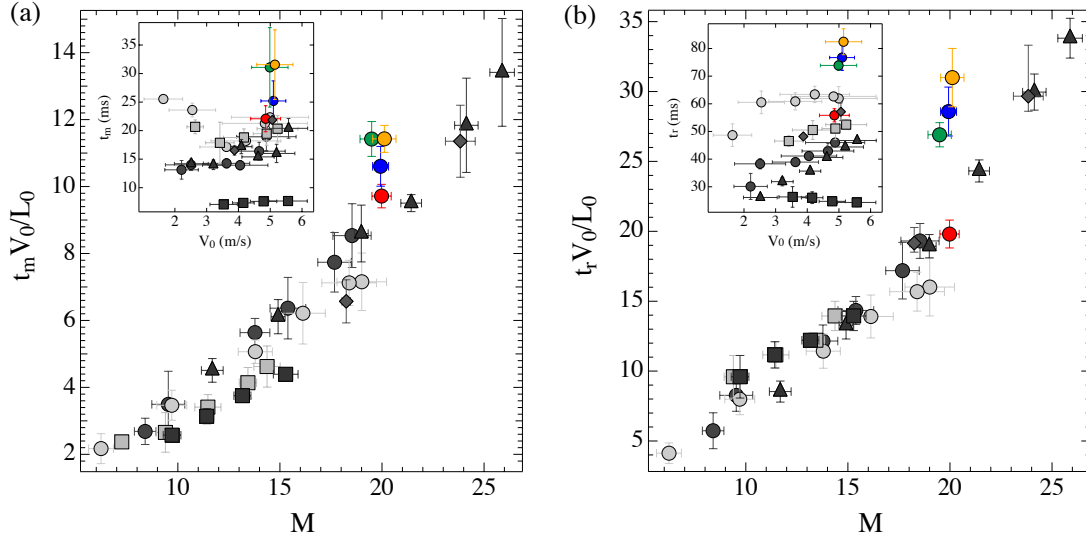


FIGURE 5.16 – (a) Durée de formation du cratère transitoire et (b) durée totale du rebond  $t_r$ , adimensionnées par le temps caractéristique d'impact  $L_0/V_0$  en fonction du nombre de Mach élastique  $M$ . La légende est celle des fig. 5.8 et 5.14.

cinétique, énergie potentielle élastique). Les résultats présentés dans la suite sont obtenus pour une goutte de taille  $L_0 = 12$  mm et de vitesse  $V_0 = 4.9$  m.s<sup>-1</sup> impactant une solution de Carbopol 0.5 wt%.

### 5.5.2 Trajectoire et champ de déformation

La figure 5.18 représente la trajectoire globale de toutes les particules suivies dans le fluide au cours de l'impact. La position initiale et finale de chaque particule est indiquée spécifiquement. On constate que pour la plupart des particules, la position finale se confond avec la position initiale, indiquant une déformation réversible du milieu. La zone des déformations irréversibles est très petite, concentrée autour de la zone d'impact et de l'ordre de la taille de la goutte  $L_0$ . Ce champ de déplacement ne nous renseigne cependant pas directement sur les déformations subits par le fluide. Pour cela, il faut calculer le tenseur de déformation.

Dans le régime des petites déformations, le tenseur de déformation est donné par :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial a_j} + \frac{\partial u_j}{\partial a_i} \right), \quad (5.3)$$

où  $u_i$  est le déplacement par rapport à la position initiale et  $a_i$  les coordonnées de la position



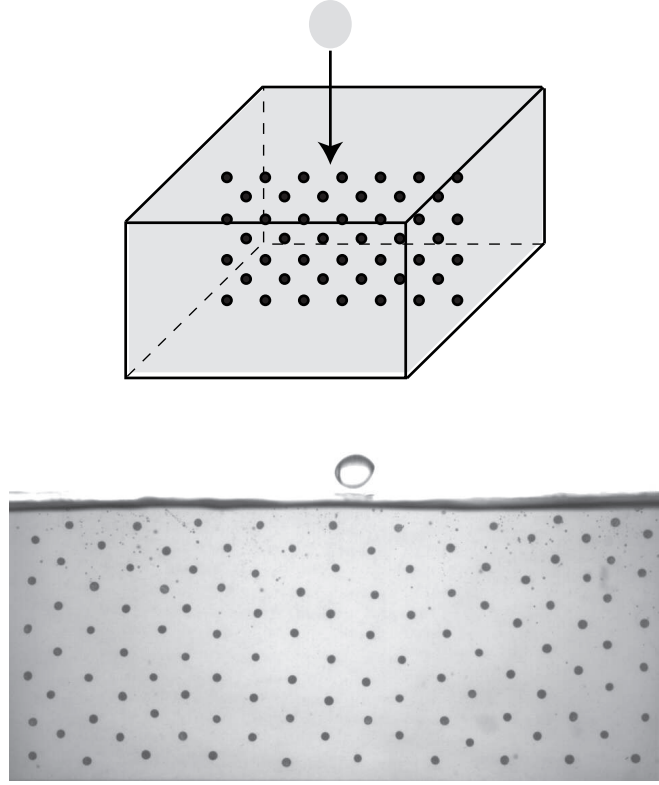


FIGURE 5.17 – Schéma et image d’un réseau type de 114 billes en plastique opaques dans du Carbopol 0.5 wt%. La goutte qui tombe est de taille  $L_0 = 12$  mm.

initiale ([Landau & Lifchitz 1990]). Dans notre cas, les déformations peuvent être importantes, notamment autour de la zone d’impact. On ne peut alors négliger les non-linéarités cinématiques. Le tenseur des grandes déformations (dit de Green-Lagrange gauche) s’écrit alors (annexe A) :

$$E'_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial a_j} + \frac{\partial u_j}{\partial a_i} + \frac{\partial u_i}{\partial a_k} \frac{\partial u_j}{\partial a_k} \right). \quad (5.4)$$

La détermination du champ de déformation à partir du champ de déplacement *discret*  $\vec{u}^n(\vec{a}^n)$  de chaque particule s’effectue grâce à une méthode par éléments finis que nous avons implémentée sous Matlab (voir annexe E). Le principe est de calculer les dérivées qui apparaissent dans les expressions (5.3) et (5.4) en interpolant le champ de déplacement continu  $\vec{u}(\vec{a})$  entre les “noeuds” discrets que constituent les particules. Dans notre cas, nous avons choisi la méthode d’interpolation la plus simple. Un domaine de maillage triangulaire est tout d’abord obtenu sous Matlab par triangulation. Ensuite, au sein de chaque triangle  $p$ , le champ de déplacement continu est obtenu par un développement de Taylor au premier

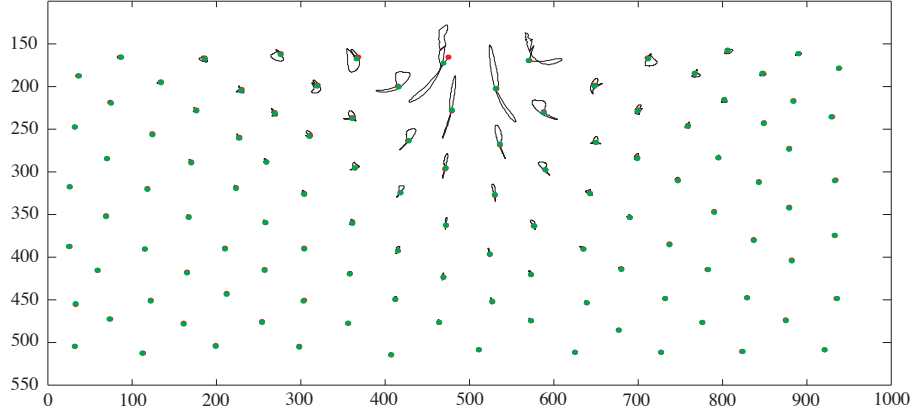


FIGURE 5.18 – Visualisation des trajectoires des  $N$  particules lors de l’impact. Pour chaque particule, le point rouge indique la position initiale et le point vert la position finale. Les coordonnées  $(x,y)$  sont en pixels, 1 cm équivaut à 56 pixels.

ordre :  $\{\vec{u}(\vec{d})\}^p = \vec{\alpha}^p + \vec{\beta}^p x_0 + \vec{\gamma}^p y_0$ , où  $\vec{d} = (x_0, y_0)$ . Les 3 paramètres de fit  $\vec{\alpha}^p$ ,  $\vec{\beta}^p$ ,  $\vec{\gamma}^p$  sont déterminés grâce à la connaissance du déplacement des particules au trois noeuds du triangle. Après quelques calculs, nous obtenons alors par (5.3) et (5.4) le tenseur des déformations à deux dimension dans le plan des traceurs (annexe E).

La figure 5.19 présente le champ des grandes déformations ainsi mesuré superposé aux images durant l’impact d’une goutte de Carbolpol 0.5 wt% à une vitesse  $V_0 = 4.9 \text{ m.s}^{-1}$ . Sur ces images, l’intensité du code couleur est liée aux valeurs propres  $E'_1$  et  $E'_2$  du tenseur de Green-Lagrange  $E'_{ij}$  à deux dimensions, du vert au rouge pour des valeurs croissantes de  $\max(|E'_1|, |E'_2|)$ . Notons que les gradients de déformations étant très grands proche de la zone d’impact, un seuillage en couleur est effectué au-dessus d’une certaine déformation.

La méthode de mesure permet très bien de visualiser les déformations dans le “sol” lors de l’impact. Au moment de la collision entre la goutte et le sol, la zone déformée est très localisée et s’apparente à une onde de choc (saturation des couleurs). Lorsque le cratère transitoire se forme, la zone déformée s’étend sur une distance de l’ordre de la taille de la cavité  $L_m$ , ce qui justifie directement les hypothèse faites pour estimer la déformation élastique dans la loi d’échelle (5.2). La déformation maximale est alors de l’ordre de 300%. Lorsque la cavité se referme, les déformations restent fortement localisées (formation d’un petit “jet”). Cet effondrement s’accompagne de l’émission d’ondes élastiques vers les bords et vers le fond de la cuve. On constate que les déformations sont en grande partie élastique (le sol revient à la fin à sa “couleur” initiale). L’irréversibilité (faible) est confinée au voisinage immédiat de l’impact, et correspond au cratère final.

### 5.5.3 Énergie élastique

À partir des résultats précédents, on peut tenter de calculer l’énergie élastique emmagasinée dans le sol en supposant que les déformations mesurées sont entièrement élastiques (on néglige les déformations plastiques). Dans le cas de petites déformations, l’énergie élastique d’un milieu incompressible comme le Carbopol (coefficient de Poisson  $\nu = 1/2$ ) s’écrit ([Landau & Lifchitz 1990]) :

$$W_e = \frac{1}{2}G \iiint \varepsilon_{ii}^2 dV. \quad (5.5)$$

Pour calculer cette intégrale volumique, on se place en coordonnées cylindrique et on suppose que l’écoulement est axisymétrique autour de l’axe défini par la trajectoire de chute de la goutte. La position radiale de chaque triangle  $p$  par rapport à cet axe est :  $|r^p| = |C_x^p - X|$ , où  $X$  est la coordonnée selon  $x$  du point d’impact et  $C^p$  la position du centre de gravité du triangle  $p$ . L’intégrale (5.6) s’écrit alors par intégration autour de l’axe vertical  $y$  :

$$W_e = \frac{1}{2}G(2\pi/2) \sum_p |r^p| \left( \varepsilon_1^{p2} + \varepsilon_2^{p2} + \varepsilon_3^{p2} \right) A^p, \quad (5.6)$$

où  $A^p$  est l’aire du triangle  $p$  et la sommation s’effectue sur les  $N$  triangles du domaine de mesure (le facteur  $1/2$  permet de ne pas compter deux fois). Dans cette expression, les  $\varepsilon_i^p$  représentent les trois valeurs propres du tenseur des déformation dans chaque triangle. Notre mesure dans un plan ne donne accès directement qu’à la déformation radiale (selon  $x$ ) et verticale (selon  $y$ ). Cependant, l’hypothèse d’incompressibilité permet d’obtenir la troisième valeur dans la direction orthoradiale en utilisant :  $\sum_i \varepsilon_i = 0$ , soit  $\varepsilon_3 = -\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ .

On peut étendre cette expression de l’énergie au cas des grandes déformations. Pour cela, on suppose que l’énergie  $W_{E'}$  est donnée par un modèle dit néo-Hookien (annexe A) :

$$W_{E'} = G \iiint (E'_1 + E'_2 + E'_3) dV. \quad (5.7)$$

où les  $E'_i$  sont les valeurs propres du tenseurs de déformation de Green-Lagrange  $E'_{ij}$ . Dans ce cas, la condition d’incompressibilité s’écrit (annexe A) :  $\det(2E' + I) = 1$  soit :  $E'_3 = \frac{1}{2(2E'_1+1)(2E'_2+1)} - \frac{1}{2}$ . Pour  $E_i \ll 1$ , on peut montrer que les expressions précédentes se réduisent aux expressions en petites déformations (annexe A). Le calcul de l’intégrale de volume se fait selon la même méthode que précédemment. Par la suite, nous comparons ces énergies élastiques avec l’énergie cinétique dans le sol donnée simplement par :

$$\mathcal{E}_c = \iiint \frac{1}{2}\rho v^2 dV = \frac{1}{2}\rho(2\pi/2) \sum_p |r^p| (v_x^{p2} + v_y^{p2}) A^p, \quad (5.8)$$

où  $v_i^p$  est la vitesse du centre de gravité du triangle  $p$ . Pour un écoulement axisymérique, la composante orthoradiale de la vitesse est nulle.

La figure 5.20 compare l'évolution temporelle de l'énergie élastique et de l'énergie cinétique pour l'expérience correspondant à la figure 5.19. Pour ce calcul, le module élastique  $G$  calculé indépendamment au rhéomètre est utilisé. On constate que l'évolution de l'énergie élastique est en opposition de phase avec celle de l'énergie cinétique, démontrant le transfert d'énergie effectué. On observe un premier pic de maximum de déformation vers 15 ms suivi d'un maximum secondaire vers 60 ms, correspondant à la formation respectivement du cratère transitoire et du pic. La comparaison entre les approches en petites et grandes déformations montre une évolution temporelle très similaire exceptée pour le premier pic où la différence est notable. L'hypothèse linéaire semble sous-estimer la contribution élastique lors de l'importante extension endurée durant la formation du cratère maximal. L'ajout des effets non-linéaires donne un maximum d'énergie élastique du même ordre que celui de l'énergie cinétique. L'énergie cinétique dans le sol est donc presque intégralement convertie en énergie élastique au moment de la formation du cratère transitoire.

Le maxima d'énergie mesuré au premier pic correspond à environ 1/4 de l'énergie cinétique de la goutte incidente :  $\frac{1}{2}(\pi L_0^3/6)V_0^2 = 0.0109$  J. Dans notre expérience, nous n'avons pas accès à la zone du sol très proche de la surface libre ni à l'intérieur de la goutte, ce qui pourrait entraîner une sous-estimation de l'énergie mesurée. Mais le facteur 1/4 peut s'expliquer également par une vraie dissipation lors de l'impact sous forme de tourbillons (observés par PIV lors de tests préliminaires) ou par une conversion en énergie de pesanteur, que nous n'avons pas pu calculée avec précision. Il est toutefois intéressant de noter que dans le cas d'impact de gouttes dans un bac d'eau, on retrouve cette même différence de l'ordre de 25 % entre l'énergie cinétique initiale de la goutte et l'énergie potentielle stockée par la cavité (dans ce cas la gravité) ([Liow 2001]). Ces remarques illustrent les limites d'une approche purement énergétique des phénomènes d'impacts.

## 5.6 Du transitoire vers le final

Jusqu'à présent, nous nous sommes concentrés sur la phase transitoire de l'impact. Bien que les déformations dans le milieu soient principalement élastiques, une partie du fluide s'écoule irréversiblement de manière viscoplastique. Quand l'inertie initiale du système a été dissipée, le milieu se fige dès que la contrainte dans le fluide atteint la contrainte seuil  $\tau_c$ . Dans ce dernier paragraphe, nous discutons brièvement la forme et la taille du cratère final qui subsiste quand toute l'énergie cinétique initiale a été dissipée.

La vue de profil n'étant pas adaptée à la mesure du diamètre final, noté  $L_f$ , nous avons effectué quelques nouvelles expériences en visualisant l'impact par le dessus. Les différentes morphologies sont données sur la figure 5.21a. Pour la goutte la plus concentrée (1 wt%), le pic formé au cours de l'écoulement reste fixé au centre du cratère sur toute la gamme de vitesse mise en jeu. Pour les deux autres concentrations (0.35 wt% et 0.5 wt%), les cratères permanents ressemblent à des bassins sphériques plus ou moins profonds surmontés d'un

rebord. Comme pour le cratère transitoire, le diamètre du cratère final augmente avec la vitesse d'impact et diminue avec la concentration du fluide. En revanche, on constate que dans la gamme de vitesse explorée, le rapport entre le diamètre du cratère final et du cratère transitoire est quasiment indépendant de la vitesse (figure 5.21b).

Comment comprendre ces résultats et faire le lien entre la dynamique de la cavité transitoire et le cratère final ? Si l'on reprend l'analyse faite au chapitre 3 dans le cadre de l'impact sur une surface rigide, nous avons vu que la transition entre les régimes d'impact étaient caractérisée par 2 nombres sans dimension :

$$\frac{M}{\gamma_c} = \frac{G}{\tau_c} \frac{V}{\sqrt{G/\rho}} \quad \text{et} \quad \frac{De}{M} = \frac{K^{1/n}}{(\rho L_0^2 G^{\frac{2-n}{n}})^{1/2}}. \quad (5.9)$$

Le nombre  $M/\gamma_c$  contrôle la distance au seuil d'écoulement. Plus il est grand, plus les déformations irréversibles, et donc la taille du cratère final, sont grandes. Cependant, dans le régime super-élastique correspondant au Carbopol ( $De/M \gtrsim 1$ ), la proportion de ces déformations irréversibles par rapport aux déformations totales, c'est-à-dire indirectement le rapport  $L_f/L_m$ , dépend peu de  $M/\gamma_c$  mais est contrôlé par  $De/M$  (chapitre 3). Ce nombre étant indépendant de la vitesse, on comprend que le rapport  $L_f/L_m$  dépende également peu de la vitesse.

La figure 5.22 représente les données précédentes  $L_f/L_0$  et  $L_f/L_m$  en fonction du nombre sans dimension élasto-plastique  $M/\gamma_c$ . Malgré le peu de points mesurés, on observe un relatif rassemblement des données avec ce nombre. Ce résultat est encourageant et constitue un point de départ pour mieux comprendre le lien entre dynamique transitoire et morphologie du cratère final. Pour aller plus loin expérimentalement, il serait intéressant de mieux caractériser la morphologie du cratère (profondeur) en utilisant une méthode de projection de grille inspirée du Moiré ([Pouliquen & Forterre 2002]).

## 5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'impact d'une goutte de fluide à seuil sur une couche épaisse constituée du même fluide, motivé par la formation des cratères d'impact en astrophysique. L'utilisation d'un fluide à seuil transparent (Carbopol) nous a permis de visualiser la dynamique de la cavité transitoire ainsi que les déformations dans le "sol" durant l'impact. De façon surprenante, la forme et la taille de la cavité transitoire est beaucoup plus grande que le cratère final et présente un fort rebond inertiel. En combinant différentes approches (lois d'échelle, expériences en "micro-gravité", mesures locale du champ de déformation), nous avons montré que cette dynamique transitoire est en grande partie contrôlé par l'élasticité du milieu, bien que les déformations soient au-dessus du seuil d'écoulement. Une analyse énergétique simple et nos résultats suggèrent une loi d'échelle pour la taille du cratère transitoire en  $L_m/L_0 \propto M^{2/3}$ . Il serait intéressant d'aller au-delà

de ces arguments simples et de faire une modélisation de la dynamique de la cavité, dans l'esprit de l'équation de Rayleigh-Plesset pour les fluides parfaits. Ce travail a été fait par Fogler et Goddard pour prédire l'effondrement d'une bulle dans un fluide visco-élastique de type Maxwell ([Fogler & Goddard 1970]). L'idée est de rajouter dans l'équation de Rayleigh un terme tenant compte des gradients de contraintes longitudinaux autour de la cavité. On pourrait choisir pour ce terme la rhéologie élasto-visco-plastique que nous avons utilisée dans le chapitre 3 pour les impacts sur fond rigide.

Dans le cas d'impact de météorites, on suppose en général que c'est la gravité qui est le mécanisme important pour fixer la taille des grands cratères planétaires, avec  $L_m/L_0 \propto Fr^{1/4}$  ([Melosh 1989, Pike 1980]). Notre étude montre que l'élasticité peut jouer un rôle important si le nombre de Deborah est grand et si  $M^{2/3} < Fr^{1/4}$ . En estimant ces nombres pour un impact de météorite typique (table 5.1), on trouve  $De \approx 90$ ,  $M^{2/3} \approx 4$  et  $Fr^{1/4} \approx 5$ , c'est-à-dire dans le régime élastique. Il serait intéressant d'étudier dans quelle mesure ces arguments naïfs sont pertinents pour les impacts géophysiques à grandes échelles.

Quel que soit le mécanisme (élasticité ou gravité) qui fixe la cavité transitoire, le lien avec la forme du cratère final n'est pas trivial, car il fait intervenir la dissipation (viscosité, contrainte seuil). Nous avons seulement effleuré ce problème dans la dernière partie de la thèse pour des impacts à grand nombre de Deborah. Ce travail mérite d'être poursuivi, notamment en utilisant d'autres fluides à seuil plus rigides pour explorer les différents régimes. Des tests préliminaires menés avec des solutions concentrées de kaolin ou de bentonite montrent une dynamique et des morphologies différentes (figure 5.23).



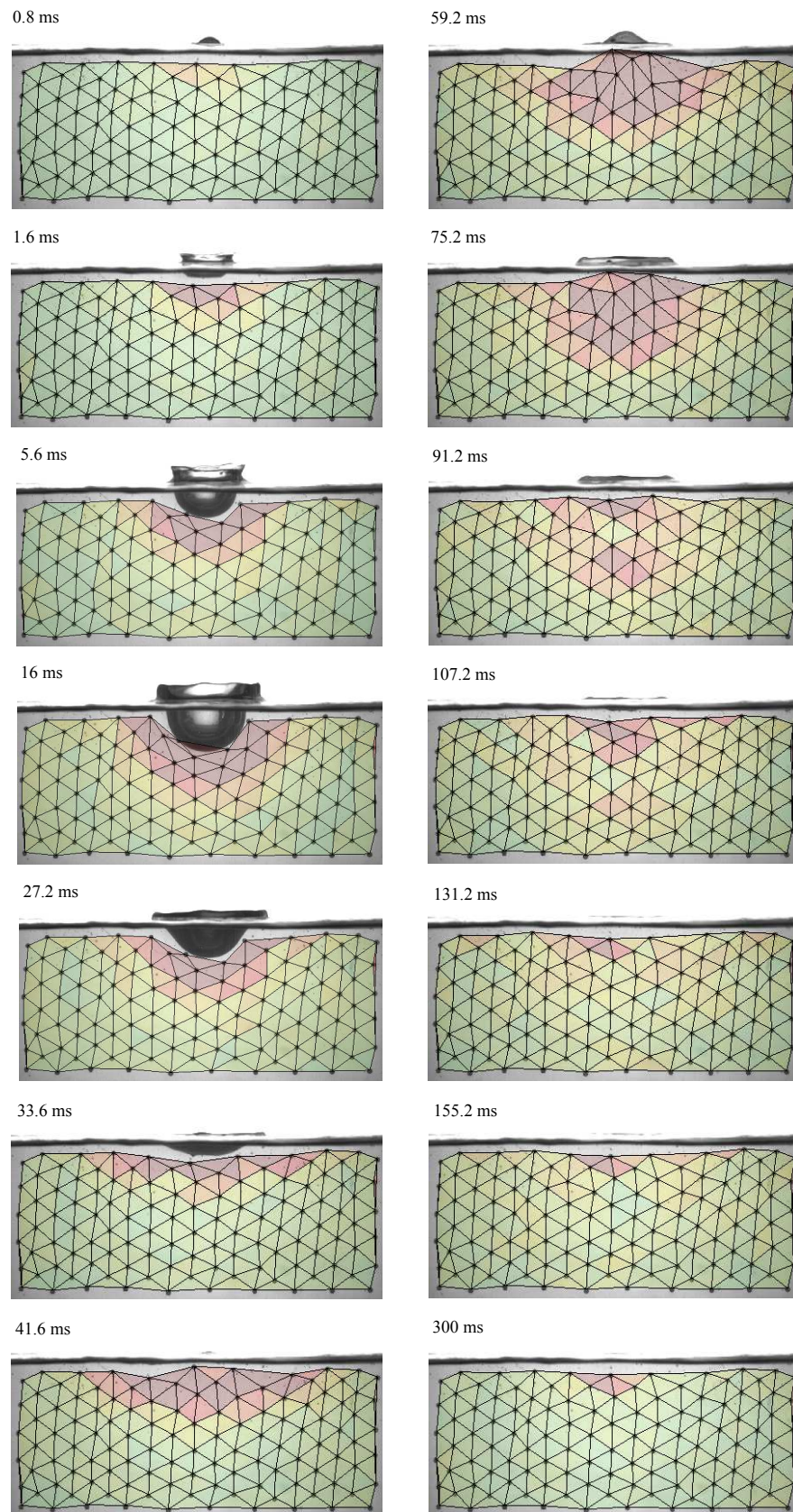


FIGURE 5.19 – Mesure du champ de déformation dans le sol (carbopol 0.5 wt%,  $L_0 = 12$  mm,  $V_0 = 4.9$  m.s<sup>-1</sup>). Le code couleur est lié à la valeur de la déformation locale (voir texte).

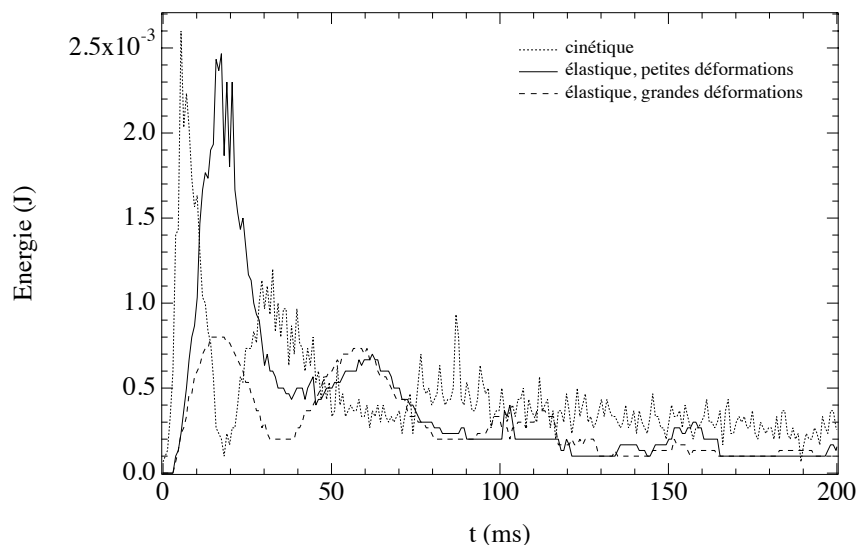


FIGURE 5.20 – Évolution temporelle des énergies cinétique (trait pointillé) et élastique, calculée en considérant des petites déformations (trait tiret) ou des grandes déformations (trait plein), et moyennées sur 3 impacts successifs.

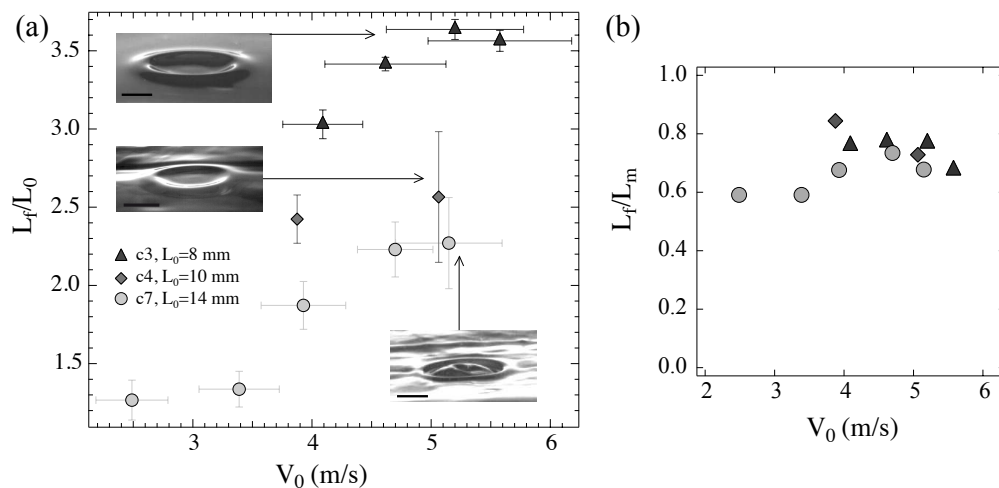


FIGURE 5.21 – Diamètre du cratère final adimensionné par la taille de la goutte  $L_f/L_0$  (a) et rapport entre le diamètre final et maximal du cratère  $L_f/L_m$  (b), en fonction de la vitesse d'impact  $V_0$  pour différentes concentration de Carbopol (ronds : 1 wt%, losange : 0.5 wt%, triangle : 0.35 wt%). Les images montrent un cratère type pour chaque fluide utilisé. Rond : L'échelle spatiale indique 1 cm.



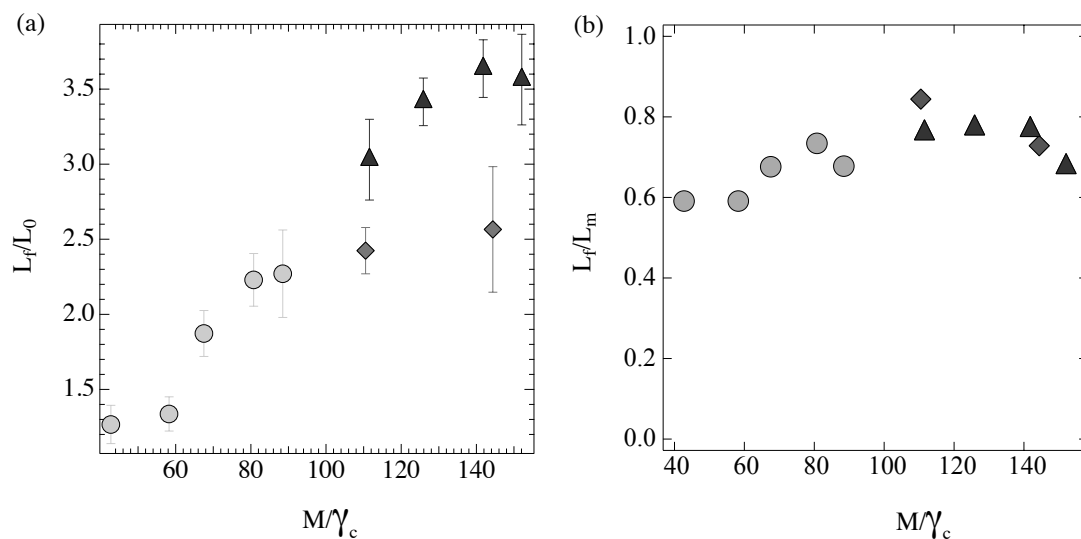


FIGURE 5.22 – Diamètre du cratère final adimensionné par la taille de la goutte  $L_f/L_0$  (a) et rapport entre le diamètre final et maximal du cratère  $L_f/L_m$  (b), en fonction du rapport entre le nombre de Mach élastique et la déformation critique  $M/\gamma_c$  (même légende que la fig. 5.21).

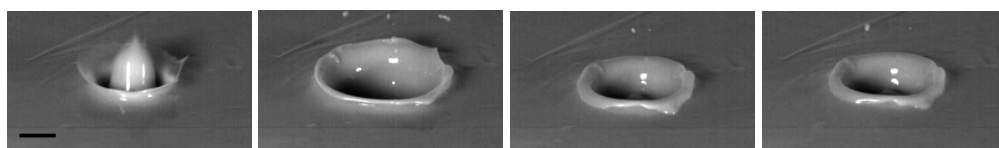


FIGURE 5.23 – Impact d’une goutte d’argile de bentonite 10 *wt%* de taille  $L_0 = 12$  mm à une vitesse  $V_0 = 2.8 \text{ m.s}^{-1}$  dans un fond meuble formé du même fluide. L’intervalle de temps entre les images est de 12 ms. L’échelle spatiale indique 1 cm.



# Chapitre 6

## Conclusion générale

Au cours de cette thèse, nous avons étudié expérimentalement l'impact de gouttes de fluides à seuil modèles (solutions d'argiles concentrées, micro-gel) dans deux configurations : l'impact sur une surface solide et l'impact sur une couche épaisse composée du même fluide. À travers l'étude de questions simples et pratiques (taille maximale de la goutte déformée, taille du cratère), nous avons mis en évidence le rôle de la rhéologie, et en particulier de l'élasticité, sur le comportement à temps court de ces fluides complexes.

### 6.1 Impacts sur une surface solide

Pour des tailles de gouttes de l'ordre du centimètre et des vitesses d'impact de l'ordre du mètre par seconde, nous avons révélé des régimes d'étalement non-newtoniens sur des surfaces solides partiellement mouillante et super-hydrophobe. D'un côté, les gouttes d'argiles (bentonite et kaolin) s'étaient irréversiblement quelque soit l'état de surface. D'un autre côté, l'utilisation de micro-gel polymère Carbopol produit un étalement suivi d'une forte rétractation du fluide sur les surfaces super-hydrophobes. Nous avons montré que dans nos conditions expérimentales, l'effet de la tension de surface était négligeable devant la contrainte seuil d'écoulement. Le phénomène de retour est donc complètement élastique alors que les déformations atteintes ( $\sim 500\%$ ) dépassent largement le domaine solide-élastique du Carbopol ( $\sim 30\%$ ). Cette capacité du Carbopol à stocker de très grandes déformations élastiques a été attribuée au caractère viscoélastique du micro-gel lorsqu'il est soumis à une sollicitation bien plus rapide que son temps intrinsèque de relaxation. Pour rationaliser ces observations, nous avons construit un modèle hydrodynamique simple d'étalement dans lequel l'inertie de la goutte est entièrement contrebalancée par la contrainte de cisaillement à la paroi solide. Celle-ci est écrite à l'aide d'une rhéologie de type Maxwell, à laquelle on ajoute un terme plastique d'écoulement seuil. D'après ce modèle, la transition entre un étalement contrôlé par la dissipation ou par l'élasticité est contrôlée par le rapport entre le nombre de

Deborah  $De = V_0(K/G)^{1/n}/L_0$  et le nombre de Mach élastique  $M = V_0/\sqrt{G/\rho}$  tel que :

$$De/M = \frac{(K/G)^{1/n}}{L_0/\sqrt{G/\rho}}.$$

Ce nombre, qui est l’analogue élastique du nombre de Ohnesorge pour la capillarité, représente le temps de relaxation du fluide sur la période d’une onde élastique. Les impacts “rigides” des argiles s’effectuent pour  $De/M \ll 1$ , tandis que les impacts “super-élastiques” du Carbopol s’effectuent pour  $De/M \gg 1$ . Sans paramètre ajustable, ce modèle simple a permis de retrouver les régimes d’impact (de l’étalement viscoplastique au rebond élastique) et l’ordre de grandeur du paramètre d’étalement maximal des expériences. Cet accord semi-quantitatif valide la pertinence de la rhéologie choisie pour décrire dans un même cadre les comportements des différents fluides à seuil. Cependant, la modélisation très simplifiée que nous avons faite pour la goutte ne permet pas de prédire la dynamique complexe d’impact. Inclure les effets rhéologiques complexes que nous avons mis en évidence dans une simulation numérique complète constitue un défi pour de futurs travaux.

Au cours de ces expériences, nous avons mis en évidence un phénomène inédit de super-étalement, qui n’est pas observé avec les fluides classiques. En impactant à grande vitesse des gouttes de micro-gel Carbopol sur des surfaces de grande rugosité et hydrophobe, nous observons une extension maximale de la nappe fluide qui peut être jusqu’à deux fois plus importante que sur une surface en verre. Nous avons montré que cette réduction apparente du frottement basal était principalement contrôlée par la rugosité de la surface, qui peut être du même ordre de grandeur que l’épaisseur de la lamelle qui s’étale. Pour interpréter ces résultats, nous avons écrit un modèle énergétique simple incorporant une longueur de glissement  $b_{app}$  proportionnelle à la rugosité des surfaces, qui permet en partie de reproduire les super-étalement observés. Cette approche est toutefois trop simpliste et nous observons une forte dépendance de  $b_{app}$  avec le nombre de  $M$  élastique. Cette dépendance pourrait être la signature d’une instabilité de type “splash” de la nappe, qui serait stabilisée par l’élasticité dans le cas du Carbopol. Bien que le mécanisme soit encore mal compris, cette étude ouvre de nouvelles voies de recherches sur les impacts de fluides complexes, en particulier concernant l’instabilité de “splash” et le rôle de la rugosité.

## 6.2 Impacts sur une surface meuble

La dernière partie de cette thèse traite de l’impact d’une goutte de fluide à seuil dans une couche épaisse constituée du même fluide. Notre motivation initiale était de tenter de reproduire en laboratoire des cratères d’impact analogue à ceux observés en astrophysique. Nous avons abordé cette question en utilisant du Carbopol, qui présente l’avantage d’être transparent. L’impact de gouttes sur un fond meuble du même fluide creuse une large cavité qui se referme. Un pic central est formé dans un mouvement de rebond et un cratère

permanent reste figé. Dans cette étude, nous avons caractérisé la taille maximale du cratère transitoire. Celle-ci pouvait être limitée soit par la force gravitationnelle soit par la l'élasticité du Carbopol. En variant la taille, la vitesse et la concentration du fluide, puis en étudiant des impacts en "micro-gravité" en utilisant une cuve d'accélération constante, nous avons pu obtenir une grande gamme de paramètre (nombre de Froude, nombre de Mach élastique), qui ont permis de conclure sur la nature élastique du mécanisme. Nous avons complété cette étude par une mesure directe du champ de déformation local dans la couche fluide pendant l'impact grâce à l'introduction de traceurs et une technique de "Particle Tracking". Le calcul de l'énergie cinétique et élastique dans la couche confirme le transfert de l'énergie d'impact en énergie élastique pendant la formation du cratère transitoire.

La continuité de ces travaux devraient se porter sur l'étude du cratère final formé par un fluide à seuil. En particulier, le micro-gel polymère Carbopol a permis de reproduire en laboratoire un cratère permanent possédant le fameux pic central observé sur nombres de cratères de météorites. Dans l'optique d'une application en géophysique, il serait intéressant d'étendre cette étude à d'autres fluides à seuil plus rigide pour explorer les différents régimes. Ce travail expérimental pourrait être complété par une modélisation du cratère par une équation de type "Rayleigh-Plesset", qui incorporerait la rhéologie élasto-visco-plastique mis en évidence dans notre étude.

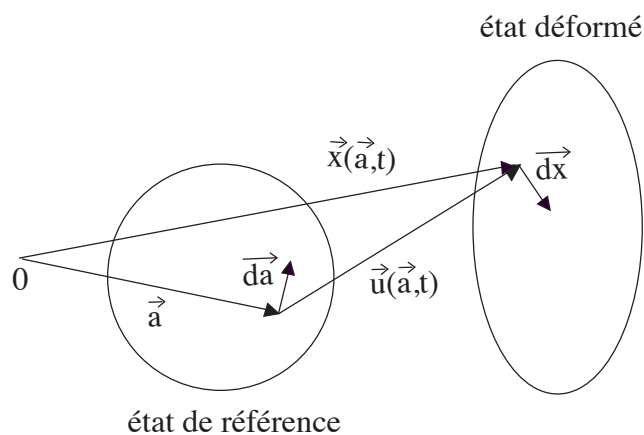


# Annexe A

## Élasticité aux grandes déformations

Dans cette annexe, nous donnons quelques éléments d'élasticité aux grandes déformations, que nous avons notamment utilisés dans le chapitre 5 pour calculer les déformations locales dans la couche fluide durant l'impact.

### A.1 Tenseur des grandes déformations



On considère l'état de référence dans lequel chaque point du milieu est repéré par la position  $\vec{a}$ . Le point de vue Lagrangien consiste à suivre l'évolution temporelle de chaque point. À l'instant  $t$ , la position  $\vec{x}$  du point qui se trouvait initialement en  $\vec{a}$  est :

$$\vec{x} = \vec{x}(\vec{a}, t).$$

La déformation d'un petit élément  $\vec{da}$  dans l'état de référence en petit élément  $\vec{dx}$ , est décrite par le gradient de la transformation locale  $F_{ij}$ , appelé aussi "Finger tensor" :

$$dx_i = F_{ij}da_j \text{ avec } F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial a_j}.$$

Ce tenseur contient toute l'information sur les transformations du milieu. Il permet en particulier de calculer les transformations de longueur, d'angle, de surface ou de volume. Si on note  $\vec{u}(\vec{a}, t)$  le déplacement du point de référence  $\vec{a}$  au cours du temps, le tenseur  $F$  peut se ré-écrire :

$$F_{ij} = \delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial a_j}. \quad (\text{A.1})$$

À partir du tenseur  $F$ , on peut définir une multitude de tenseur des déformations. En particulier, pour décrire la variation de longueur de  $\vec{da}$ , on utilise couramment le tenseur des déformations de Green-Lagrange dit "droit"  $E$  en écrivant ([Landau & Lifchitz 1990]) :

$$dx^2 = da^2 + 2E_{ij}da_ida_j,$$

avec :

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial a_j} + \frac{\partial u_j}{\partial a_i} + \frac{\partial u_k}{\partial a_i} \frac{\partial u_k}{\partial a_j} \right).$$

$E$  s'écrit de manière matricielle avec  $F$  tel que :

$$E = \frac{1}{2}(F^\top F - I). \quad (\text{A.2})$$

Une autre définition des grandes déformations peut être donnée par le tenseur de Green-Lagrange gauche  $E'$  qui s'écrit de manière matricielle avec  $F$  tel que :

$$E' = \frac{1}{2}(FF^\top - I). \quad (\text{A.3})$$

Dans la limite des petites déformations, on retrouve le tenseur des petites déformations classiques :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial a_j} + \frac{\partial u_j}{\partial a_i} \right). \quad (\text{A.4})$$

On peut aussi l'écrire en fonction de  $F$  tel que :

$$\epsilon = \frac{1}{2}(F + F^\top - 2I). \quad (\text{A.5})$$



## A.2 Dérivées temporelles de la vitesse et du tenseur de déformation : “Upper-Convected Derivative”

La vitesse de la particule à l’instant  $t$  qui est située initialement en  $\vec{a}$ , est donnée par :

$$\vec{v}(\vec{a}, t) = \frac{\partial x(\vec{a}, t)}{\partial t}.$$

On peut décrire les variations de vitesse entre deux points très proches par le tenseur gradient de vitesse Eulérien (celui utilisé en méca flu), noté  $L$  :

$$L_{ij} = (\nabla v)_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j}.$$

On obtient une description Lagrangienne en remplaçant les coordonnées  $x_i$  par les coordonnées  $a_i$  grâce au tenseur  $F$ . On trouve :

$$L_{ij}(\vec{x}(\vec{a}), t) = \frac{\partial F_{ik}(\vec{a}, t)}{\partial t} F_{kj}^{-1}.$$

En utilisant cette relation, on remarque que la dérivée temporelle Lagrangienne du tenseur appelé Cauchy-Green gauche  $B = FF^\top$  s’écrit :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = LB + BL^\top$$

On trouve alors que la dérivée temporelle Lagrangienne du tenseur de déformation  $E'$  s’écrit :

$$\frac{\partial E'}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial (B - I)}{\partial t},$$

mène à :

$$\frac{\partial E'}{\partial t} = LE' + E'L^\top + \frac{1}{2}\dot{\gamma}, \quad (\text{A.6})$$

où  $\dot{\gamma} = (L + L^\top)$  est le taux de déformation.

La dérivation particulière du tenseur des grandes déformations  $E'$  est appelée ”upper-convected dérivative” en anglais ou dérivée d’Oldroyd. Dans la limite des petites déformations, les termes non-linéaires s’annulent pour donner :  $\partial \epsilon / \partial t = \dot{\gamma}$ .

En particulier, la généralisation du modèle d’un fluide visco-élastique de Maxwell (Upper-convected Maxwell fluid) tenant compte des non-linéarités cinématiques s’écrit :

$$\frac{\partial E'}{\partial t} = LE' + E'L^\top + \frac{1}{2}\dot{\gamma} - \frac{1}{\lambda}E',$$

où  $\lambda$  est le temps de relaxation du fluide.

### A.3 Loi de comportement néo-hookéen

Les matériaux hyperélastiques sont caractérisés par l'existence d'une énergie volumique de déformation  $W$  qui dépend uniquement du gradient de la transformation locale  $F$ . On détermine habituellement l'énergie interne massique  $u$  en fonction des invariants du tenseur des déformations de Cauchy-Green gauche  $B = FF^\top$  :

$$W'_E = W'_E(B_1, B_2, B_3)$$

avec  $B_1 = \text{tr}(B)$ ,  $B_2 = \frac{1}{2}[\text{tr}(B)^2 - \text{tr}(B^2)]$  et  $B_3 = \det(B)$ .

Par définition, le tenseur des contraintes dérive de l'énergie  $\tau_{ij} = \frac{\partial W'_E}{\partial B_{ij}}$ . Sans entrer dans les détails d'un calcul très technique, on montre que :

$$\tau_{ij} = 2\rho[B_3 \frac{\partial W'_E}{\partial B_3} \delta_{ij} + (\frac{\partial W'_E}{\partial B_1} + B_1 \frac{\partial W'_E}{\partial B_2})B_{ij} - \frac{\partial W'_E}{\partial B_2} B_{ij}^2].$$

avec  $\rho = \rho_0/\sqrt{B_3}$ ,  $\rho_0$  la masse volumique du matériau.

Il existe plusieurs modèles d'hyperélasticité, de complexité et de domaine de validité différents. Pour un milieu incompressible ( $B_3 = 1$ ), on définit souvent l'énergie interne par la loi :

$$W_{E'} = (a/\rho_0)(\text{tr}(B) - 3) \quad \text{ou} \quad W_{E'} = 2a \text{tr}(E'). \quad (\text{A.7})$$

Le tenseur des contraintes s'écrit alors :

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2aB_{ij}$$

avec  $P$  une pression arbitraire (multiplicateur de Lagrange de la condition d'incompressibilité). En remplaçant le tenseur de Cauchy-Green gauche  $B$  par le tenseur de Green-Lagrange gauche  $E' = \frac{1}{2}(B - I)$ , on trouve une relation similaire à la loi de Hook classique :

$$\tau_{ij} = -P'\delta_{ij} + 2GE'_{ij}$$

où  $G = 2a$  est le module élastique de cisaillement.

Dans ce modèle néo-hookéen, l'énergie volumique des grandes déformations élastiques s'écrit donc :

$$W_{E'} = G \text{tr}(E'). \quad (\text{A.8})$$

On peut bien entendu retrouver la limite des petites déformations à partir de cette expression :  $W_\epsilon = \frac{1}{2}G \text{tr}(\epsilon^2)$  ([Landau & Lifchitz 1990]).

## Annexe B

# Simulations numériques d'impacts de gouttes élastiques sur une surface solide

Au laboratoire IUSTI, l'équipe SMASH a commencé au cours de ma thèse à s'intéresser à des problèmes de collisions solides à grandes vitesses (ondes de choc, détonation, etc). Dans un premier temps, ils ont développé un code purement élastique, dans le formalisme des grandes déformations. Dans cette annexe, je résume brièvement une tentative de comparaison entre leur simulation numérique et nos expériences d'impact de goutte de Carbopol sur une surface rigide.

La figure B.1 présente l'évolution au cours du temps de l'impact d'un cylindre élastique à grand nombre de Mach élastique ( $M = 3$ ) sur un plan. Le cylindre s'affaisse en créant un anneau qui s'épaissit et finit par former un disque. La pente moyenne diminue jusqu'à s'annuler. Cette morphologie est comparable à celle de la goutte de Carbopol extrudée d'une seringue. Cependant, à la différence de l'expérience, on voit ici apparaître la propagation d'une onde élastique qui confère au solide une forme pyramidale non observée sur la goutte de Carbopol. La figure B.2 compare systématiquement les valeurs du paramètre d'étalement maximal en fonction du nombre de Mach élastique avec les résultats expérimentaux du chapitre 3 pour les impacts de gouttes de Carbopol sur une surface rigide [Favrie, Gavriluk & Saurel 2009]. Il apparaît un important désaccord, sauf pour les nombres de Mach proche de 1. De plus, les temps d'impact ne sont également pas bien reproduit.

En fait plusieurs facteurs peuvent expliquer cette différence. Tout d'abord, l'écart avec la prédiction peut être dû à des conditions limites différentes. La simulation numérique ne respecte pas la condition de non-glissement à la paroi, mais celle de cisaillement nul. Cette condition limite est obtenue en simulant l'impact symétrique d'un cylindre sur un autre cylindre identique. Surtout, Favrie *et al.* utilise dans leur code une loi de comportement élastique fortement non-linéaire aux grandes déformations (beaucoup plus raide qu'une loi de Hooke). Il serait intéressant d'incorporer dans la simulation une loi de type néo-hookéenne,

qui semble mieux correspondre au Carbopol. Enfin, d'après notre étude, plus le nombre de Mach élastique  $M$  est grand et plus le fluide à seuil s'éloigne de son domaine solide-élastique vrai. Pour reproduire le régime super-élastique du Carbopol présenté dans le chapitre 3, il conviendrait sûrement d'incorporer dans la rhéologie, la propriété viscoélastique du matériau. Les travaux en cours s'appliquent à ajouter de la plasticité et un écoulement visqueux dans le modèle.



FIGURE B.1 – Simulation numérique de Nicolas Favrie d'impact d'un cylindre de diamètre  $L_0 = 10 \text{ mm}$  pour un nombre de Mach élastique  $M = 3$ .

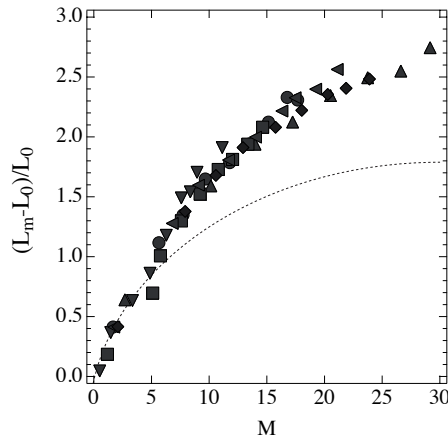


FIGURE B.2 – Comparaison du paramètre déformation maximale  $(L_m - L_0)/L_0$  en fonction du nombre de Mach élastique  $M$  entre l'expérience d'impact de gouttes de micro-gel Carbopol sur une surface en verre (symbole) et la simulation numérique 3D (trait pointillé).

## Annexe C

# Morphologie des cratères d'impact

La morphologie très variée des cratères suggèrent des mécanismes géophysiques complexes. Melosh [Melosh 1989] distingue trois étapes principales pour décrire le processus. D'abord, il y a le contact entre le projectile et la cible, accompagné de la compression et de la fusion des roches. Ensuite, il s'agit de l'étape de formation du cratère transitoire par excavation et éjection de matière. Enfin, il y a la modification du cratère transitoire vers la forme finale perçue.

Dans les cratères simples, à géométrie sphérique (fig.5.2a), on considère que l'écoulement du matériau en fusion est limité soit par une contrainte seuil plastique, soit par la gravité, selon la taille et la vitesse de la météorite. Dans le premier cas, Melosh parle de cratères transitoires "figés" et décrit les grandeurs avec le nombre sans dimension plastique  $Y = \frac{\rho V_0^2}{\tau_c}$ , avec  $V_0$  la vitesse d'impact et  $\tau_c$  la contrainte seuil effective du matériau rocheux. Il s'agit des petits cratères de diamètre inférieur à 100 m. Lorsque l'impact est plus puissant, c'est la gravité qui fixe la taille maximale du cratère. Les parois peuvent alors devenir très raides et entraîner un affaissement ("slumping" en anglais). Sur le terrain, les géologues observent souvent la présence d'un dépôt de brèches (mélange des roches brisées et fondues lors de l'impact) au fond des cavités hémisphériques. Dans ce cas, le cratère transitoire est aussi le cratère final et s'obtient en retirant le volume occupé par les débris. Le paramètre couramment utilisé pour modéliser ce processus est le nombre de Froude  $Fr = \frac{V_0}{\sqrt{gL_0}}$ , avec  $L_0$  la taille du projectile et  $g$  l'accélération de la pesanteur.

Pour former des cratères complexes, caractérisés par un rapport d'aspect profondeur-sur-diamètre plus faible que pour les cratères simples, les scénarios géophysiques sont plus spectaculaires. L'étude géologique des couches rocheuses révèle une élévation du niveau par rapport à la surface pré-impact. Pour ce processus, on suppose qu'à la fin de la phase d'excavation, les roches initialement comprimées se détendent soudainement en soulevant le fond du cratère pour former un pic. Sous l'effet de la gravité, le pic central peut s'écrouler pour former un anneau central (fig.5.2c). Les oscillations de la surface peuvent aussi donner naissance à plusieurs anneaux périphériques (fig.5.2d). On parle couramment de rebond élastique pour décrire ce phénomène. Pour les très grands cratères, l'écoulement induit par l'impact aplanit

le relief et forme des terrasses ou bassins d'impact relativement peu profonds (fig.5.2b).

La caractérisation du cratère transitoire est cruciale pour la compréhension des morphologies complexes. Le mécanisme responsable de l'effondrement du cratère transitoire ("collapse" en anglais) reste énigmatique [Melosh 1989]. Les données géophysiques montrent une transition du cratère simple vers le cratère complexe qui dépend de la gravité. La figure C.1 provient d'une étude en planétologie du contrôle de la morphologie des cratères par la gravité des planètes [Pike 1980]. Le graphique représente la profondeur des cratères en fonction de leur diamètre. On repère la transition entre le cratère simple et le cratère complexe par la rupture de pente. On remarque que le diamètre à partir duquel se produit la transition est inversement proportionnel à l'accélération de la pesanteur  $g$ . Cependant cette dépendance ne couvre qu'une étroite gamme de  $g$ .

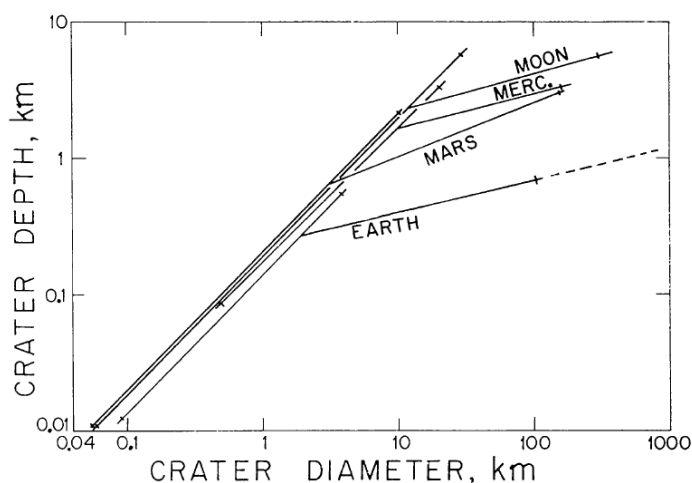


FIGURE C.1 – Graphique provenant d'un article de [Pike 1980]. Profondeur des cratères d'impact en fonction du diamètre, pour la Terre ( $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$ ), Mars ( $g = 3.6 \text{ m.s}^{-2}$ ), Mercure ( $g = 2.9 \text{ m.s}^{-2}$ ) et la Lune ( $g = 1.6 \text{ m.s}^{-2}$ ).

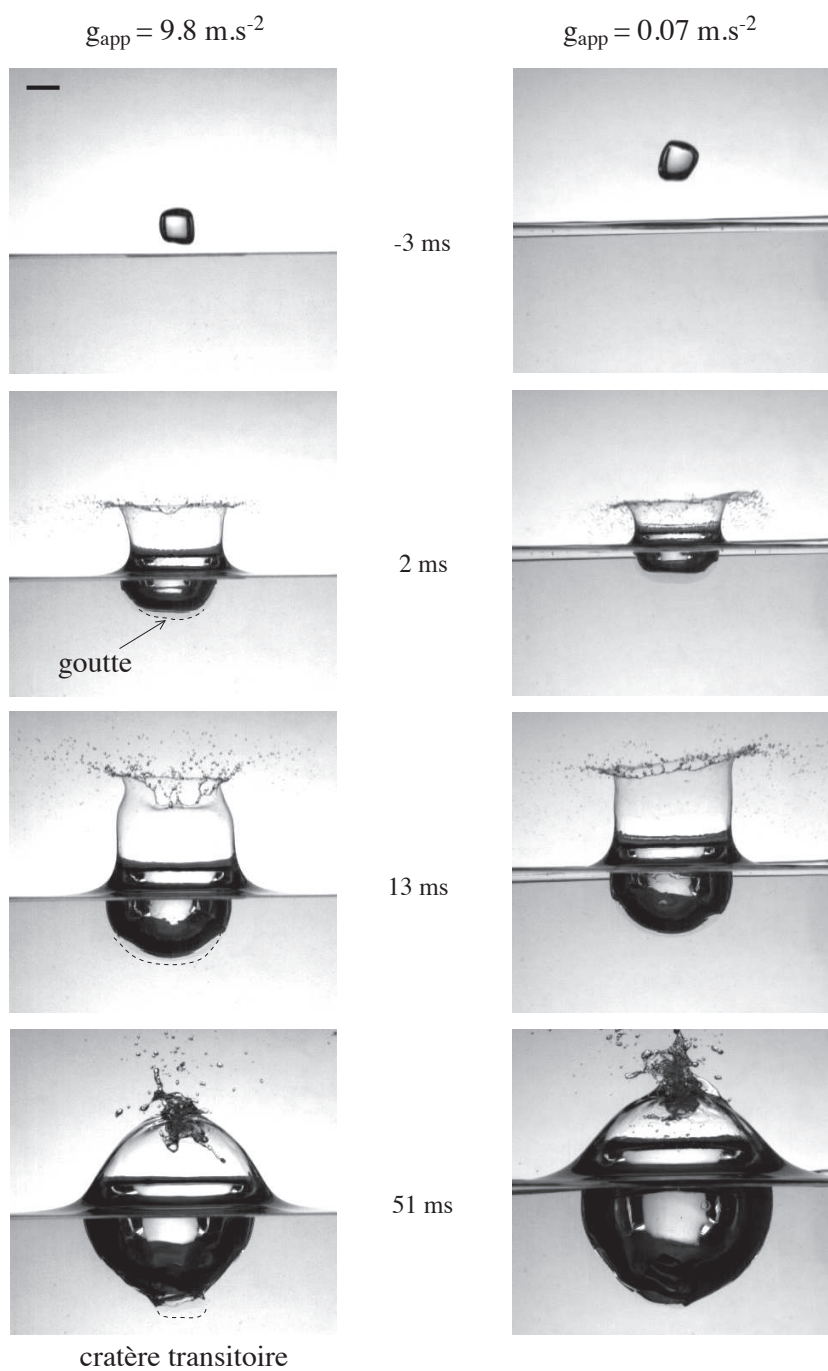
## Annexe D

# Cratère dans l'eau en “micro-gravité”

Pour une goutte d'eau tombant dans un bain d'eau, des travaux antérieurs ont démontré le rôle crucial de la gravité dans la dynamique du cratère aux grands nombre de Froude et de Weber [Liow 2001]. Pour tester le dispositif expérimental d'impact à pesanteur variable, nous avons commencé par des essais d'impacts de gouttes de Carbopol dans de l'eau.

La figure D.1 compare les dynamiques de formation de cratère par l'impact d'une goutte de Carbopol de taille  $L_0 = 14 \text{ mm}$ , tombant à une vitesse  $V_0 = 6.8 \text{ m.s}^{-1}$  dans une cuve d'eau au repos (à gauche) et dans une cuve d'eau en mouvement uniformément décéléré, créant une gravité apparente égale à  $g_{app} = 0.07 \text{ m.s}^{-2}$  (à droite). A l'instant  $t = 51 \text{ ms}$  par rapport au moment de la collision, le cratère formé dans les conditions de pesanteur normale atteint sa taille maximale  $L_m/L_0 \sim 3.6$ . Au même instant, le cratère créé en micro-gravité est plus important, sa forme ressemble plutôt à une sphère tronquée de taille  $L_m/L_0 \sim 4$ . En gravité normale, il s'en suit la fermeture du cratère, accompagnée de la formation du fameux jet de Worthington. En micro-gravité le cratère continue de grandir mais très lentement (l'énergie cinétique est répartie dans un volume de plus en plus grand). Aux temps très longs, la tension de surface devrait jouer son rôle et aplanir de nouveau la surface. le temps d'apesanteur dans notre expérience est cependant trop court (ici 98 ms) pour l'observer.

Cet impact “gel-eau” montre une riche phénoménologie. La corolle qui jaillit de la surface au moment de l'impact devient une nappe tubulaire liquide. La courbure de cette surface s'inverse pour finir par “collapser” en formant une cloche au dessus du cratère. On parvient aussi à suivre la déformation de la goutte de gel qui se détache du fond du cratère quand celui-ci se referme. Il serait par ailleurs intéressant d'étudier le devenir de l'imposant cratère atteint en micro-gravité. Enfin, l'avantage de l'utilisation d'un gel comme projectile, est de pouvoir former des grandes gouttes de masse volumique égale à celle de l'eau (augmentation des nombres de Weber et de Reynolds...).





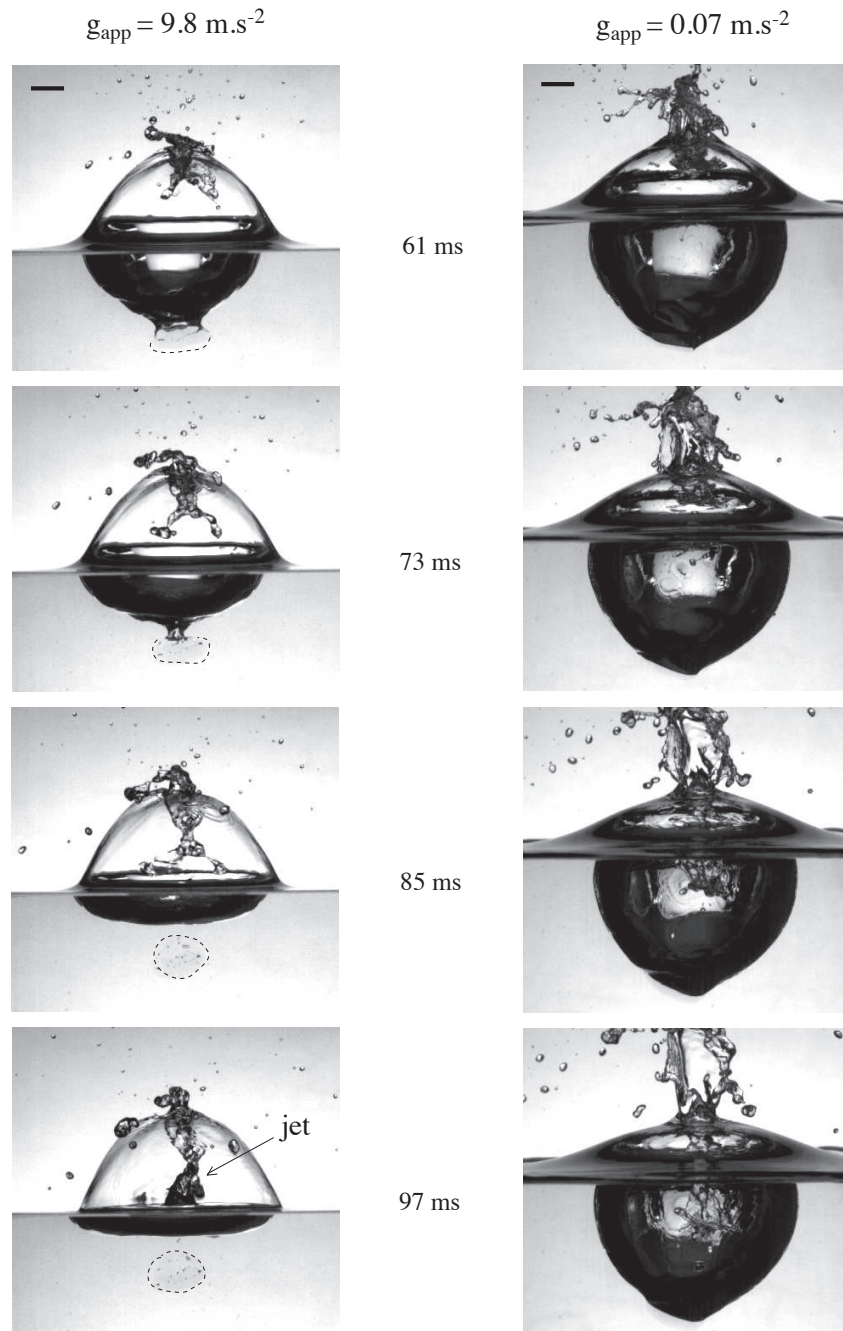


FIGURE D.1 – Impact d’une goutte de Carbopol 1 *wt%* de taille  $L_0 = 14 \text{ mm}$  dans une cuve d’eau à une vitesse  $V_0 = 6.8 \text{ m.s}^{-1}$ . A gauche, la cuve est au repos,  $g_{\text{app}} = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$ . Contour de la goutte de gel en pointillé. A droite, la cuve est en décélération constante,  $g_{\text{app}} = 0.07 \text{ m.s}^{-2}$ . Dans cette séquence, l’image est systématiquement recentrée sur le niveau d’eau. L’origine de l’échelle temporelle est donnée par l’instant du contact entre la goutte et la surface. L’échelle spatiale indique 1 *cm*.



# Annexe E

## Méthode des éléments finis

### E.1 Principe

Le principe des éléments finis est de calculer les dérivées qui apparaissent dans les expressions (5.3) et (5.4) du tenseur des déformations en interpolant le champ de déplacement continu entre les “noeuds” discrets que constituent les particules. Dans notre cas, nous avons choisi la méthode d’interpolation la plus simple. Un domaine de maillage triangulaire est tout d’abord obtenu sous Matlab par triangulation (fonction *delaunay.m*). Pour un triangle à 3 noeuds, les fonctions de base  $N_i$  des noeuds  $i$  sont des polynômes de degré 1 qui valent 1 au noeud  $i$  et 0 aux autres noeuds. Soit  $f = f(x, y)$  le champ de déplacement, pour tout point de position  $(x, y)$ , on cherche  $N_1, N_2, N_3$  telles que :

$$f(x, y) = N_1(x, y)f_1 + N_2(x, y)f_2 + N_3(x, y)f_3. \quad (\text{E.1})$$

pour  $i = 1$  à 3,  $f_i = f(x_i, y_i)$ ,  $N_i(x_i, y_i) = 1$  et  $N_{j \neq i}(x_i, y_i) = 0$ .

Pour cela, on définit le champ de déplacement à l’ordre 1 par  $f(x, y) = a + bx + cy$ . A partir de la position initiale des 3 noeuds du triangle, on a :

$$f_1 = a + bx_1 + cy_1$$

$$f_2 = a + bx_2 + cy_2$$

$$f_3 = a + bx_3 + cy_3$$

La résolution de ce système à 3 équations, donne  $a = a(f_1, f_2, f_3)$ ,  $b = b(f_1, f_2, f_3)$  et  $c = c(f_1, f_2, f_3)$ . En injectant ces coefficients dans la relation E.1, on arrive à :

$$N_1(x, y) = \frac{1}{A}[(x_2y_3 - x_3y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y] \quad (\text{E.2})$$

$$N_2(x, y) = \frac{1}{A}[(x_3y_1 - x_1y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y] \quad (\text{E.3})$$

$$N_3(x, y) = \frac{1}{A}[(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y] \quad (\text{E.4})$$

avec  $A = (y_1 - y_2)(x_3 - x_2) - (y_2 - y_3)(x_2 - x_1)$ .

Par la méthode des éléments finis, nous avons une relation d'interpolation qui donne le champ de déplacement en tout point de l'espace  $f(x, y)$  en fonction du déplacement des points du triangle  $(f_1, f_2, f_3)$ .

## E.2 Calcul du tenseur des déformations

Dans l'annexe A, nous avons développé les notions utiles d'élasticité. Notons que  $(x_0, y_0)$  correspond à la position initiale appelée  $a_i$  dans l'annexe A. On définit le tenseur symétrique des petites déformations  $\epsilon$  à partir du déplacement par rapport à la position initiale  $U = (u(x_0, y_0), v(x_0, y_0))$  tel que :

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x_0} \\ \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y_0} \\ \epsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y_0} + \frac{\partial v}{\partial x_0} \right) \end{aligned}$$

Pour le tenseur symétrique des grandes déformations de Green-Lagrange droit  $E$  défini dans l'annexe A, nous avons :

$$\begin{aligned} E_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x_0} + \left( \frac{\partial u}{\partial x_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x_0} \right)^2 \\ E_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y_0} + \left( \frac{\partial u}{\partial y_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y_0} \right)^2 \\ E_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y_0} + \frac{\partial v}{\partial x_0} \right) + \frac{\partial u}{\partial x_0} \frac{\partial u}{\partial y_0} + \frac{\partial v}{\partial x_0} \frac{\partial v}{\partial y_0} \end{aligned}$$

Soit un triangle dans la position initiale  $(x_{0i}, y_{0i})$ , se retrouve après déformation à la position  $(x_i, y_i)$  avec  $x_i = x_{0i} + u_i$  et  $y_i = y_{0i} + v_i$ , pour  $i = 1$  à 3 (fig. E.1). A partir de la méthode des éléments finis, les fonctions de base déterminées dans les relations E.2, E.3 et E.2 permettent d'obtenir les dérivées partielles :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial N_1}{\partial x} u_1 + \frac{\partial N_2}{\partial x} u_2 + \frac{\partial N_3}{\partial x} u_3$$

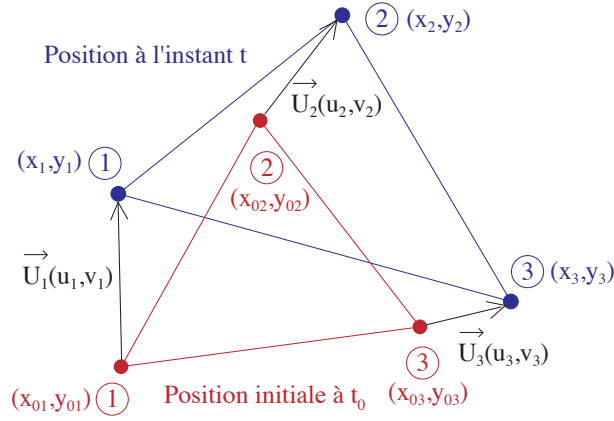


FIGURE E.1 – Élément fini triangulaire dans sa position initiale de référence (rouge) et dans sa position après déformation (bleu).

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{\partial N_1}{\partial x} v_1 + \frac{\partial N_2}{\partial x} v_2 + \frac{\partial N_3}{\partial x} v_3 \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial N_1}{\partial y} u_1 + \frac{\partial N_2}{\partial y} u_2 + \frac{\partial N_3}{\partial y} u_3 \\ \frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{\partial N_1}{\partial y} v_1 + \frac{\partial N_2}{\partial y} v_2 + \frac{\partial N_3}{\partial y} v_3\end{aligned}$$

Avec ces relations, nous pouvons calculer numériquement le tenseur des petites déformations  $\epsilon$  et le tenseur de Green-Lagrange gauche  $E'$ , à partir de la position initiale des triangles  $(x_{0i}, y_{0i})$  et de leur déplacement par rapport à la position initiale  $(u_i, v_i)$ .



# Bibliographie

- [Akers & Belmonte 2006] AKERS, B. & BELMONTE, A. 2006 Impact dynamics of a solid sphere falling into a viscoelastic micellar fluid. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **135**, 97-108. [116](#), [122](#)
- [Ancey 2007] ANCEY, C. 2007 Plasticity and geophysical flows : A review. 2007 *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **142**, 4-35. [19](#)
- [Attané *et al.* 2007] ATTANÉ, P., GIRARD, F. & MORIN, V. 2007 An energy balance approach of the dynamics of drop impact on a solid surface. *Phys. Fluids* **19**, 012101. [10](#)
- [Awerbuch & Bodner 1974] AWERBUCH, N. J. & BODNER, S. R. 1974 Experimental investigation of normal perforation of projectile in metallic plates. *Int. J. Solids Struct.* **10**, 685-699. [21](#)
- [Aytouna *et al.* 2010] AYTOUNA, M., BARTOLO, D., WEGDAM, G., BONN, D. & RAFAÏ, S. 2010 Impact dynamics of surfactant laden drops : dynamics surface tension effects. *Exp. Fluids* **48**, 49-57 [13](#)
- [Balmforth *et al.* 2002] BALMFORTH, N., CRASTER, R. V. & SASSI, R. 2002 Shallow viscoplastic flow on an inclined plane. *J. Fluid Mech.* **470**, 1-29. [19](#)
- [Balmforth 2004] BALMFORTH, N. & LIU, J. J. 2004 Roll waves in mud. *J. Fluid Mech.* **519**, 33-54. [19](#)
- [Balmforth & Frigaard 2007] BALMFORTH, N. J. & FRIGAARD, I. 2007 Viscoplastic fluids : from theory to application. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **142**, 1-244 (special issue). [19](#)
- [Balmforth *et al.* 2007] BALMFORTH, N., CRASTER, R. V., PERONA, P., RUST, A. C. & SASSI, R. 2007 Viscoplastic dam breaks abd the Bostwick consistometer. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **142**, 63-78. [20](#)
- [Balmforth, Forterre & Pouliquen 2009] BALMFORTH, N. J., FORTERRE, Y. & POULIQUEN, O. 2009 The viscoplastic Stokes layer. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **158** 46-53. [20](#), [56](#)
- [Balmforth, Dubash & Slim 2010] BALMFORTH, N. J., DUBASH N. & SLIM A. C. 2010 Extensional dynamics of viscoplastic filaments : II. Drips and bridges . *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **165** 1147-1160. [20](#)
- [Barnes, Hutton & Walters 1989] BARNES, H. A., HUTTON, J. F. & WALTERS, K. 1989 *An introduction to rheology*. Elsevier, Amsterdam. [16](#)

- [Bartolo, Josserand & Bonn 2005] BARTOLO, D., JOSSERAND, C. & BONN 2005 Retraction dynamics of aqueous drops upon impact on non-wetting surfaces. *J. Fluid Mech.* **545**, 329-338. [8](#)
- [Bartolo *et al.* 2007] BARTOLO, D., BOUDAUD, A., NARCY, G. & BONN, D. 2007 Dynamics of Non-Newtonian droplets. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 174502. [13](#), [14](#), [43](#)
- [Beaulne & Mitsoulis 1997] Beaulne, M. & Mitsoulis E. 1997 CREEPING MOTION OF A SPHERE IN TUBES FILLED WITH HERSCHEL-BULKLEY FLUIDS. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **72**, 55-71. [20](#)
- [Bénito *et al.* 2008] BÉNITO, S., BRUNEAU, C. -H., COLIN, T., GAY, C. & MOLINO, F. 2008 An elasto-visco-plastic model for immortal foams or emulsions. *Eur. Phys. J. E* **25**, 225-251. [49](#), [58](#)
- [Bergeron *et al.* 2000] BERGERON, V., BONN, D., MARTIN, J. Y. & VOVELLE, L. 2000 Controlling droplet deposition with polymer additives. *Nature* **405**, 772-775. [13](#)
- [Bergeron 2003] BERGERON, V. 2003 Designing intelligent fluids for controlling spray applications. *C. R. Physique* **4**.
- [Beris *et al.* 1985] BERIS, A. N., TSAMOPOULOS, J. A., ARMSTRONG, R. C. & BROWN, R. A. 1985 Creeping motion of a sphere through a Bingham plastic. *J. Fluid Mech.* **158**, 219-244. [20](#)
- [Bertola 2009] BERTOLA, V. 2009 An experimental study of bouncing Leidenfrost drops : Comparison between Newtonian and viscoelastic liquids. *Int. J. Heat Mass Transf.* **52**, 1786-1793. [13](#)
- [Bird, Armstrong & Hassager 1987] BIRD, R. B., ARMSTRONG, R. C. & HASSAGER, O. 1987 Dynamics of polymeric liquids. Vol. 1. Fluid mechanics. John Wiley & Sons, Inc. [57](#)
- [Bird, Tsai & Stone 2009] BIRD, J. C., TSAI, S. S. H. & STONE, H. A. 2009 Inclined to splash : triggering and inhibiting a splash with tangential velocity. *New J. Phys.* **11**, 063017. [106](#)
- [Bussmann, Chandra & Mostaghimi 2000] BUSSMANN, M., CHANDRA, S. & MOSTAGHIMI, J. 2000 Modeling the splash of a droplet impacting a solid surface. *Phys. Fluids* **12**, 3121-3132. [46](#)
- [Chambon *et al.* 2009] CHAMBON, G., GHEMMOUR, A. & LAIGLE, D. 2009 Gravity-driven surges of a viscoplastic fluid : an experimental study. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **158**, 54-62. [19](#), [23](#)
- [Chandra & Avedisian 1991] CHANDRA, S. & AVEDISIAN, C. T. 1991 On the collision of a droplet with a solid surface. *Proc. R. Soc. Lond. A* **432**, 13-41. [10](#), [52](#)
- [Chao *et al.* 1960] CHAO, E. C. T., SHOEMAKER, E. M. & MADSEN B. M. (1960) First Natural Occurrence of Coesite. *Science* **132**, 220-222 [114](#)
- [Clanet *et al.* 2004] CLANET, C., BÉGUIN, C., RICHARD, D. & QUÉRÉ, D. 2004 Maximal deformation of an impacting drop. *J. Fluid Mech.* **517**, 199-208. [10](#), [41](#), [42](#), [43](#), [52](#), [56](#), [89](#), [122](#)



- [Cloitre *et al.* 2003] CLOITRE, M., BORREGA, R., MONTI, F. & LEIBER L. 2003 Glassy dynamics and flow properties of soft colloidal pastes. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 068303. [17](#), [32](#)
- [Cochard & Ancey 2009] COCHARD, S. & ANCEY, C. 2009 Experimental investigation of the spreading of viscoplastic fluids on inclined planes. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **158**, 73-84. [56](#)
- [Cooper-White, Crooks & Boger 2002] COOPER-WHITE, J. J., CROOKS, R. C. & BOGER, D. V. 2002 A drop impact study of worm-like viscoelastic surfactants solutions. *Colloids and Surfaces A* **210**, 105-123. [13](#)
- [Coussot 1994] COUSSOT, P. 1994 Steady, laminar, flow of concentrated mud suspension in open channel. *J. Hydraul. Res.* **32**, 535-559. [23](#)
- [Coussot *et al.* 2002] COUSSOT, P., NGUYEN, Q. D., HUYNH, H. T. & BONN, D. 2002 Avalanche behaviour in yield stress fluids. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 175501. [20](#)
- [Coussot 2005] COUSSOT, P. 2005 *Rheometry of pastes, suspensions and granular materials*. Wiley-Interscience, New-Jersey. [16](#), [17](#), [20](#)
- [Coussot *et al.* 2009] COUSSOT, P., TOCQUET, L., LANOS, C. & OVARLEZ, G. 2009 Macroscopic vs. local rheology of yield stress fluids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **158**, 85-90. [18](#)
- [Cossali *et al.* 1997] COSSALI, G. E., COGHE, A. & MARENGO, M. 1997 The impact of a single drop on a wetted solid surface. *Exp. Fluids* **22**, 463-472. [90](#), [105](#), [107](#), [108](#), [109](#)
- [Crooks & Boger 2000] CROOKS, R. & BOGER, D. V. 2000 Influence of fluid elasticity on drops impacting on dry surfaces. *J. Rheol.* **44**, 973-996. [14](#), [90](#)
- [Crossland 1982] CROSSLAND, B. 1982 *Explosive welding of metals and its applications*. Oxford Science publication. [21](#)
- [Daniello, Waterhouse & Rothstein 2009] DANIELLO, R. J., WATERHOUSE, N. E. & ROTHSTEIN, J. P. 2009 Drag reduction in turbulent flows over superhydrophobic surfaces. *Phys. Fluids* **21**, 085103. [91](#), [101](#)
- [Davis & Lauga 2010] DAVIS, A. M. J. & LAUGA, E. 2010 Hydrodynamic friction of fakir-like superhydrophobic. *J. Fluid Mech* **661**, 402-411. [101](#)
- [de Bruyn *et al.* 2002] DE BRUYN, J. R., HABDAS, P. & KIM, S. 2002 Fingering instability of a sheet of yield-stress fluid. *Phys. Rev. E* **66**, 031504. [23](#)
- [Deboeuf *et al.* 2009] DEBOEUF S., GONDRET, P. & RABAUD, M. 2009 Dynamics of grain ejection by sphere impact on a granular bed. *Phys. Rev. E* **79**, 041306. [115](#)
- [Deng *et al.* 2007] DENG, Q., ANILKUMAR, A. V. & WANG, T. G. 2007 The role of viscosity and surface tension in bubble entrapment during drop impact onto a deep liquid pool. *J. Fluid Mech* **578**, 119-138. [12](#)
- [Divoux *et al.* 2010] DIVOUX, T., TAMARI, D., BARENTIN, C., MANNEVILLE, S. 2010 Transient shear banding in a simple yield stress fluid. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 208301. [18](#), [19](#)
- [Duclaux *et al.* 2007] DUCLAUX, V., CAILLÉ, F., DUEZ, C., YBERT, C., BOQUET, L. & CLANET, C. 2007 Dynamics of transient cavities. *J. Fluid Mech* **591**, 1-19. [12](#)

- [Eggers *et al.* 2010] EGGERS, J., FONTELOS, M. A., JOSSERAND, C. & ZALESKI S. 2010 Drop dynamics after impact on a solid wall : Theory and simulations. *Phys. Fluids* **22**, 062101. [11](#)
- [Engel 1966] ENGEL O. G. 1966 Crater depth in fluid impacts. *J. Appl. Phys.* **37**, 1798-1809. [118](#)
- [Favrie, Gavriluk & Saurel 2009] FAVRIE, N., GAVRILYUK, S. L. & SAUREL, R. 2009 Solid-fluid diffuse interface model in cases of extreme deformations. *J. Comp. Phys.* **228**, 6037-6077. [151](#)
- [Forterre & Pouliquen 2008] FORTERRE Y. & POULIQUEN O. 2008 Flows of dense granular media. *Ann. Rev. Fluid. Mech.* **40**, 1-24. [116](#)
- [Fogler & Goddard 1970] FOGLER H. S. & GODDARD J. D. 1970 Collapse of spherical cavities in viscoelastic fluids. *Physics of Fluids*. **13**, 1135-1141. [138](#)
- [Gaulard & Coussot 2005] GAULARD, F. & COUSSOT, P. 2005 Gravity flow instability of viscoplastic materials : The ketchup drip. *Phys. Rev. E* **72**, 031409. [35](#)
- [German & Bertola 2010] GERMAN, G. & BERTOLA, V. 2010 The spreading behaviour of capillary driven yield-stress drops. *Colloids and Surfaces A* **366**, 18-26. [44](#)
- [Goyon *et al.* 2008] GOYON J., COLIN A., OVARLEZ G., AJDARI A. & BOCQUET L. 2008 Spatial cooperativity in soft glassy flows. *Nature* **454**, 84-87. [17](#)
- [Griffiths 2000] GRIFFITHS, R. W. 2000 The dynamics of lava flows. 2000 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **32**, 477-518. [19](#)
- [Herschel & Bulkley 1926] HERSCHEL, W. H. & BULKLEY, R. 1926 *Proc., Am. Soc. Test. Mater.* **26**, 621. [16](#)
- [Holsapple 1993] HOLSAPPLE, K. A. 1993 The scaling of impact process in planetary sciences. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, **21**, 333-373. [114](#)
- [Isa *et al.* 2009] ISA L., BESSELING R., MOROZOV, A. N. & POON W. C. K. 2009 VELOCITY OSCILLATIONS IN MICROFLUIDIC FLOWS OF CONCENTRATED COLLOIDAL SUSPENSIONS. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 058302. [17](#)
- [Johnson 1985] JOHNSON, K. L. 1985 *Contact mechanics*. Cambridge University Press. [21](#)
- [Joseph *et al.* 2006] JOSEPH, P., COTTIN-BIZONNE, C., BENOIT, J. M., YBERT, C. & JOURNET, C. 2006 Slippage of water past superhydrophobic carbon nanotube forests in microchannels. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 156104. [101](#)
- [Josserand & Zaleski 2003] JOSSERAND, C. & ZALESKI, S. 2003 Droplet splashing on a thin liquid film. *Phys. Fluids* **15**, 1650-7. [11](#)
- [Josserand *et al.* 2005] JOSSERAND, LEMOYNE, L., TROEGER, R. & ZALESKI, S. 2005 Droplet impact on a dry surface : triggering the splash with a small obstacle. *J. Fluid Mech.* **524**, 47-56. [11](#), [97](#)
- [Kadono & Fujiwara 2005] KADONO, T. & FUJIWARA, A. 2005 Cavity and crater depth in hypervelocity impact. *J. Impact Eng.* **31**, 1309-1317. [114](#)

- [Kim & Chun 2001] KIM, H.-Y. & CHUN, J.-H. 2001 The recoiling of liquid droplets upon collision with solid surfaces. *Phys. Fluids* **13**, 643-659. [8](#)
- [Landau & Lifchitz 1990] Landau L. & Lifchitz E. M. 1990 *Théorie de l'élasticité*. Mir, Moscou. [102](#), [133](#), [135](#), [148](#), [150](#)
- [Larrieu, Staron & Hinch 2006] LARRIEU, E., STARON, L. & HINCH, E. J. 2006 Raining into shallow water as a description of the collapse of a column of grains. *J. Fluid Mech.* **554**, 259-270. [48](#), [57](#)
- [Lauga, Brenner & Stone 2005] LAUGA, E., BRENNER, M. P. & STONE, H. A. 2005 Microfluidics : The no-slip boundary condition. *Handbook of Experimental Fluid Dynamics* Editors J. Foss, C. Tropea and A. Yarin, Springer, New-York. [99](#)
- [Lewis 2006] LEWIS, J. A. 2006 Direct ink writing of 3D functional materials. *Ad. Funct. Mater.* **16**, 2193-2204. [6](#), [21](#)
- [Liow 2001] LIOW, L. J. 2001 Splash formation by spherical drops. *J. Fluid Mech* **427**, 73-105. [12](#), [120](#), [126](#), [136](#), [155](#)
- [Liu & Nagel 1998] Liu A. J. & Nagel S. R. 1998 Jamming is not just cool any more. *Nature* **396**, 21. [17](#)
- [Lohse *et al.* 2004] LOHSE, D., BERGMANN, R., MIKKELSEN, R., ZEILSTRA, C., VAN DES MEER, D., VERSLUIS, M., VAN DER WEELE, K., VAN DER HOEF, M. & KUIPERS, H. 2004 Impact on soft sand : void collapse and jet formation. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 198003. [115](#)
- [Luu & Forterre 2009] LUU, L.-H. & FORTERRE Y. 2009 Drop impact of yield-stress fluids *J. Fluid Mech.* **632**, 301-327. [40](#), [55](#)
- [Magnin & Piau 1990] MAGNIN, A. & PIAU, J. M. 1990 Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **36**, 85-108. [26](#)
- [Mandre, Mani & Brenner 2009] MANDRE, S., MANI, M. & BRENNER, M. P. 2009 Precursor to splashing of liquid droplets on a solid surface. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 134502. [11](#)
- [Manneville *et al.* 2005] MANNEVILLE S., BÉCU L., GRONDINA P. & COLIN A. 2005 High-frequency ultrasonic imaging : A spatio-temporal approach of rheology. *Colloids and Surfaces A*, **270**, 195-204. [17](#)
- [Melosh 1989] MELOSH, H. J. 1989 *Impact cratering : a geologic process*. Oxford University Press, New York. [21](#), [114](#), [116](#), [138](#), [153](#), [154](#)
- [Møller, Fall & Bonn 2009] MØLLER, P. C. F., FALL, A., & BONN, D. 2009 Origin of apparent viscosity in yield stress fluids below yielding. *Eur. Phys. Lett.* **87**, 38004. [18](#)
- [Mongruel *et al.* 2009] MONGRUEL, A., DARU, V., FEUILLEBOIS, F. & TABAKOVA S. 2009 Early post-impact time dynamics of viscous drops onto a solid dry surface. *Phys. Fluids* **21**, 032101. [10](#), [11](#), [95](#), [106](#)
- [Navier 1823] NAVIER C. *Mémoire sur les Lois du Mouvement des Fluides*. (l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France, Paris, 1823), Vol. VI. [98](#)

- [Nigen 2005] NIGEN, S. 2005 Experimental investigation of the impact of an (apparent) yield-stress material. *At. Sprays* **15**, 103-117. [21](#), [39](#)
- [Nouar & Frigaard 2001] NOUARD, C. & FRIGAARD, I. A. 2001 Nonlinear stability of Poiseuille flow of a Bingham fluid : theoretical results and comparison with phenomenological criteria. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **100**, 127-149. [20](#)
- [Oldroyd 1947] OLDROYD J.G. 1947 Two-dimensional plastic flow of a Bingham solid : a plastic boundary-layer theory for slow motion, *Proc. Camb. Phil. Soc.* **43**, 383-395. [16](#)
- [Oppong *et al.* 2006] OPPONG, F. K., RUBATAT, L., FRISKEIN, B. J., BAILEY, A. E. & DE BRUYN, J. R. 2006 Microrheology and structure of a yield-stress polymer gel. *Phys. Rev. E* **73**, 041405. [24](#)
- [Osmond & Griffiths 2001] OSMOND, D. I. & GRIFFITHS, R. W. 2001 The static shape of yield strength fluids slowly emplaced on slopes. *J. Geophys. Res.* **106**, 16241-16250. [23](#)
- [Ou & Rothstein 2005] OU, J., & ROTHSTEIN, J. P. 2005 Direct velocity measurements of the flow past drag-reducing ultrahydrophobic surfaces. *Phys. Fluids* **17**, 103606. [99](#)
- [Ovarlez *et al.* 2009] OVARLEZ, G., RODTS, S., CHATEAU, X. & COUSSOT, P. 2009 Phenomenology and physical origin of shear-localization and shear-banding in complex fluids. *Rheologica Acta* **48**, 831-844. [18](#), [19](#)
- [Ovarlez, Barral & Coussot 2010] OVARLEZ, G., BARRAL. & COUSSOT P. 2010 Three-dimensional jamming and flows of soft materials. *Nature Materials* **9**, 115-119. [16](#)
- [Park & Liu 2010] PARK, Y. S. & LIU, P. L.-F. 2010 Oscillatory pipe flows of a yield-stress fluid. *J. Fluid Mech.* **658**, 211 - 228. [56](#)
- [Peixinho *et al.* 2005] PEIXINHO, J., NOUAR, C., DESAUBRY, C. & THÉRON, B. 2005 Laminar transitional and turbulent flow of yield stress fluid in a pipe. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **128**, 172-184. [20](#), [23](#)
- [Piau 2007] PIAU, J. M. 2007 Carbopol gels : elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges. Meso-and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **144**, 1-29. [24](#), [32](#)
- [Pignon, Magnin & Piau 1997] PIGNON, F., MAGNIN, A. & PIAU, J.-M. 1997 Butterfly light scattering pattern and rheology of a sheared thixotropic clay gel. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4689-4692. [32](#), [56](#)
- [Pike 1980] PIKE, R. J. 1980 Control of crater morphology by gravity and target type : Mars, Earth, Moon. *Proc. Lunar Planet. Sci. Conf. 11th*, 2159-2189. [138](#), [154](#)
- [Pouliquen & Forterre 2002] POULIQUEN O. & FORTERRE Y. 2002 Friction law for dense granular flows : application to the motion of a mass down a rough inclined plane. *J. Fluid Mech.* **453** 133-151. [137](#)
- [Prosperetti & Oguz 1993] PROSPERETTI, A. & OGUZ, H. N. 1993 The impact of drops on liquid surfaces and the underwater noise of rain. *Annu. Rev. Fluid. Mech.* **25**, 650-659. [12](#)

- [Quéré 2008] QUÉRÉ, D. 2008 Wetting and roughness. *Annu. Rev. Mater. Res.* **38**, 71-99. [99](#)
- [Rein 1993] REIN, M. 1993 Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces. *Fluid. Dyn. Res.* **12**, 61-93. [7](#), [12](#), [120](#)
- [Renardy *et al.* 2003] RENARDY, Y., POPINET, S., DUCHEMIN, L., RENARDY, M., ZALESKI, S., JOSSE RAND, C., DRUMWRIGHT-CLARKE, M. A., RICHARD, D., CLANET, C. & QUÉRÉ, D. 2003 Pyramidal and toroidal water drops after impact a solid surface. *J. Fluid Mech.* **484**, 69-83. [46](#)
- [Rioboo *et al.* 2001] RIOBOO, R., TROPEA, C. & MARENGO, M. 2001 Outcomes from a drop impact on solid surfaces. *At. Spray* **11**, 155-65. [9](#)
- [Rodts *et al.* 2010] RODTS S., BOUJLEL J., RABIDEAU B., OVARLEZ G., ROUSSEL N., MOUCHERONT P., LANOS C., BERTRAND F. & COUSSOT P. 2010 Solid-liquid transition and rejuvenation similarities in complex flows of thixotropic materials studied by NMR and MRI. *Phys. Rev. E* **81**, 021402. [17](#)
- [Roisman, Rioboo & Tropea 2002] ROISMAN, I. V., RIOBOO, R. & TROPEA, C. 2002 Normal impact of a liquid drop on dry surface : model for spreading and receding. *Proc. R. Soc. Lond. A* **458**, 1411-1430. [10](#), [57](#)
- [Roussel & Coussot 2005] ROUSSEL, N. & COUSSOT, P. 2005 "Fifty-cent rheometer" for yield stress measurements : from slump to spreading flow. *J. Rheol.* **49**, 705-718. [20](#)
- [Rozhkov *et al.* 2003] ROZHKO V., PRUNET-FOCH, B. & VIGNES-ADLER, M. 2003 Impact of drops of polymer solutions on small targets. *Phys. Fluids* **15**, 1070-6631. [14](#), [108](#)
- [Saïdi, Martin & Magnin 2010] SAÏDI, A., MARTIN, C. & MAGNIN, A. 2010 Influence of yield stress on the fluid droplet impact control. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **165**, 596-606. [44](#)
- [Saint-Venant 1871] DE SAINT-VENANT, A. J. C. 1871 Théorie du mouvement non-permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit. *C. R. Acad. Sc. Paris* **73**, 147-154. [48](#)
- [Saramito 2007] SARAMITO, P. 2007 A new constitutive equation for elastoviscoplastic fluid flows *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **145**, 1-14. [49](#), [58](#)
- [Scales *et al.* 1998] SCALES P. J., KAPUR P.C., JOHNSON S.B. & HEALY T.W. 1998 The shear yield stress of partially flocculated colloidal suspensions, *AIChE J.* **44** 538-544. [17](#)
- [Seth *et al.* 2008] SETH, J. R., CLOITRE, M. & BONNECAZE, R. 2008 Influence of short-range forces on wall-slip in microgel pastes. *J. Rheol.* **52**, 1241-1268. [18](#)
- [Schroll *et al.* 2010] SCHROLL, R. D., JOSSE RAND, C., ZALESKI, S. & ZHANG, W. W. 2010 Impact of o viscous liquid drop. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 034504. [11](#), [95](#)
- [Smith & Bertola 2010] SMITH, M. I. & BERTOLA, V. 2010 Effect of polymer additives on the wetting of impacting droplets. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 154502. [13](#), [14](#)



- [Tabuteau *et al.* 2007] TABUTEAU, H., COUSSOT, P. & DE BRUYN, J. R. 2007 Drag force on a sphere in steady motion through a yield-stress fluid. *J. Rheol.* **51**, 125-137. [20](#), [23](#), [116](#), [122](#)
- [Tanaka *et al.* 2003] TANAKA, Y., YAMAZAKI, Y. & OKUMURA, K. 2003 Bouncing gel balls : impact of soft gels onto rigid surface. *Europhys. Lett.* **63**, 149-155. [39](#), [102](#)
- [Tighe *et al.* 2010] TIGHE B. P., WOLDHUIS E., REMMERS J. J. C., VAN SAARLOOS W. & VAN HECKE M. 2010 Model for the Scaling of Stresses and Fluctuations in Flows near Jamming. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 088303. [17](#)
- [Thoroddsen & Shen 2001] THORODDSEN, S. T. & SHEN A. Q. 2001 Granular jets. *Phys. Fluids* **13**, 4-6. [115](#)
- [Vadillo *et al.* 2009] VADILLO, D. C., SOUCEMARIANADIN, A., DELATTRE, C. & ROUX, D. C. D. 2009 Dynamic contact angle effects onto the maximum drop impact spreading on solid surfaces. *Phys. Fluids* **21**, 122002 [10](#), [89](#)
- [Villermaux & Bossa 2011] VILLERMAUX, E. & BOSSA, B. 2011. Drop fragmentation on impact. à paraître dans *J. Fluid Mech.* [10](#)
- [Walsh *et al.* 2003] WALSH, A. M., HOLLOWAY, K. E., HABDAS, P. & DE BRUYN, J. R. 2003. Morphology and Scaling of Impact Craters in Granular Media. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 104301. [115](#)
- [Witham 1974] WITHAM, G. B. 1974 *Linear and nonlinear waves*. Wiley-Interscience. [48](#)
- [Worthington 1908] WORTHINGTON, A. M. 1908 *A study of splashes..* London : Longmans, Green. 129 pp. [7](#), [12](#)
- [Xu, Zhang & Nagel 2005] XU, L., ZHANG, W. W. & NIGEL, S. R. 2005 Drop splashing on a dry smooth surface. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 184505. [10](#), [110](#)
- [Yamamoto *et al.* 2006] YAMAMOTO, S., WADA, K., OKABE, N. & MATSUI, T. 2006 Transient crater growth in granular targets : An experimental study of low velocity impacts into glass sphere targets. *Icarus*, **183**, 215-224. [115](#)
- [Yarin 2006] YARIN, A. L. 2006 Drop impact dynamics : splashing, spreading, receding, bouncing... *Ann. Rev. Fluid. Mech.* **38**, 159-192. [7](#), [9](#), [90](#)
- [Ybert *et al.* 2007] YBERT, C., BARENTIN, C., COTTIN-BIZONNE, C., JOSEPH, P. & BOCQUET, L. 2007 Achieving large slpi with superhydrophobic surfaces : scaling laws for generic geometries. *Phys. Fluids* **19**, 123601. [100](#)
- [Yokoi *et al.* 2009] YOKOI, K., VADILLO, D., HINCH, J. & HUTCHINGS, I. 2009 Numerical studies of the influence of the dynamic contact angle on a droplet impacting on a dry surface. *Phys. Fluids* **7**, 072102. [46](#)
- [Yoshitake *et al.* 2008] YOSHITAKE, Y., MITANI, S., SAKAI, K. & TAKAGI, K. 2008 Surface tension and elasticity of gel studied with laser-induced surface deformation spectroscopy. *Phys. Rev. E* **78**, 041405. [34](#)

# Impact de gouttes de fluides à seuil

Cette thèse présente une étude expérimentale de l'impact de gouttes de fluides à seuil. Au-delà des applications (impression à jet d'encre solide, modélisation d'impact solide à grandes vitesses), cette étude permet de sonder le rôle de l'élasticité sur le comportement à temps court de ces fluides complexes. D'abord, nous nous sommes intéressés aux impacts sur une surface rigide. L'utilisation de fluides à seuil modèles (solutions concentrées d'argiles, micro-gel de Carbopol) et de surfaces d'impact variées (partiellement mouillante ou super-hydrophobe), révèle une grande variété de comportements, allant de l'étalement viscoplastique irréversible jusqu'à des déformations élastiques géantes. Un modèle minimal d'étalement inertiel, incluant une rhéologie élasto/viscoplastique, permet de décrire dans un cadre unique les principaux régimes observés. Au cours de cette étude, nous avons mis en évidence un phénomène spécifique avec le Carbopol : pour des grandes vitesses d'impact, on observe un étalement beaucoup plus grand sur des surfaces rugueuses hydrophobes que sur des surfaces lisses. Cette réduction apparente du frottement basal est discutée en termes de longueur de glissement et d'instabilité de « splash ». Enfin, nous avons étudié l'impact d'une goutte de fluide sur un sol constitué du même fluide, en utilisant un fluide à seuil transparent (Carbopol). La combinaison de lois d'échelle, d'expériences en « micro-gravité » et de mesures locales du champ de déformation montre que la dynamique du cratère transitoire est dominée par l'élasticité, même au-delà du seuil d'écoulement. Ces résultats pourraient avoir des implications dans le contexte des impacts de météorites en astrophysique.

## Drop impact of yield-stress fluids

This thesis presents an experimental study on the drop impact of yield-stress fluids. Beyond applications (solid ink-jet printing, lab modelling of high-speed collision of solids), this study offers a mean to probe the role of the elasticity on the short-time behaviour of these complex fluids. We have first studied drop impacts on solid rigid surfaces. Using different model yield-stress fluids (clay suspensions, Carbopol micro-gel) and impacted surfaces (partially wettable, super-hydrophobic), we have observed a rich variety of behaviours ranging from irreversible viscoplastic coating to giant elastic spreading and recoil. A minimal model of inertial spreading, including an elasto/viscoplastic rheology, allows explaining in a single framework the different regimes and scaling laws. In this study, we identified a specific phenomenon with Carbopol : for large impact velocities, the drop spreads much more on rough hydrophobic surfaces than on smooth surfaces. This apparent reduction of the basal friction is discussed in terms of slip length and splash instability. Endly, we investigated the impact of a drop onto a pool of the same fluid, using a transparent yield-stress fluid (Carbopol). The combination of scaling laws, micro-gravity experiments and local deformation measurements shows that the transient crater is dominated by elasticity, even beyond the flow threshold. These results could have implications for impact cratering in Planetary Sciences.

